```
auto2_list_ind  THM

⊢  ∀P:(Alph*→Prop).
|  (∀n:ℕ.
|   (∀l:Alph*. ||l||<n ⇒ P(l)) ⇒ (∀l:Alph*. ||l|| = n ⇒ P(l)))
|  ⇒
|  (∀l:Alph*. P(l))  by UnivCD
|
1. Alph : Type
2. P : Alph*→Prop
3. ∀n:ℕ. (∀l:Alph*. ||l||<n ⇒ P(l)) ⇒ (∀l:Alph*. ||l|| = n ⇒ P(l))
4. l : Alph*
⊢  P(l)  by Assert (∀n:ℕ, l:Alph*. ||l||<n ⇒ P(l))
|
|\
| .....assertion .....
| ⊢  ∀n:ℕ, l:Alph*. ||l||<n ⇒ P(l)  by Analyze 0
| |
| 5. n : ℕ
| ⊢  ∀l:Alph*. ||l||<n ⇒ P(l)  by NatInd 5
| |
| |\
| | .....basecase .....
| | 4. Alph*
| | ⊢  ∀l:Alph*. ||l||<0 ⇒ P(l)  by Thin 4 THEN UnivCD
| | |
| | 5. ||l||<0
| | ⊢  P(l)  by Inst Thm* ∀l:A*. ||l||≥0    {non_neg_length} [Alph;l]
| |
| .\
| . .....upcase .....
| . 5. n : ℤ
| . 6. 0<n
| . 7. ∀l:Alph*. ||l||<n-1 ⇒ P(l)
| . ⊢   by Witness3 n-1
| . |
| . 3. Alph*
| . 4. n : ℤ
| . 5. 0<n
| . 6. ∀l:Alph*. ||l||<n-1 ⇒ P(l)
| . 7. (∀l:Alph*. ||l||<n-1 ⇒ P(l)) ⇒
| . |  (∀l:Alph*. ||l|| = n-1 ⇒ P(l))
| . ⊢   by Thin 3 THEN UnivCD
| . |
| . 3. n : ℤ
| . 4. 0<n
| . 5. ∀l:Alph*. ||l||<n-1 ⇒ P(l)
| . 6. (∀l:Alph*. ||l||<n-1 ⇒ P(l)) ⇒
| . |  (∀l:Alph*. ||l|| = n-1 ⇒ P(l))
| . 7. l : Alph*
| . 8. ||l||<n
| . ⊢  P(l)  by Decide (||l||<n-1)
| . |
| . |\
| . | 9. ||l||<n-1
```

```
| . | ⊢   by Witness5 l
| . | |
| . | 5. (∀l:Alph*. ||l||<n-1 ⇒ P(l)) ⇒
| . |    (∀l:Alph*. ||l|| = n-1 ⇒ P(l))
| . | 6. l : Alph*
| . | 7. ||l||<n
| . | 8. ||l||<n-1
| . | 9. ||l||<n-1 ⇒ P(l)
| . | ⊢   by ProveProp
| . |
| . .\
| . . 9. ¬||l||<n-1
| . . ⊢   by Assert (||l|| = n-1)
| . . |
| . . |\
| . . | .....assertion .....
| . . | ⊢  ||l|| = n-1  by Auto
| . . |
| . . .\
| . . . 10. ||l|| = n-1
| . . . ⊢   by Analyze 6
| . . . |
| . . . 6. l : Alph*
| . . . 7. ||l||<n
| . . . 8. ¬||l||<n-1
| . . . 9. ||l|| = n-1
| . . . 10. ∀l:Alph*. ||l|| = n-1 ⇒ P(l)
| . . . ⊢   by Witness10 l
| . . . |
| . . . 10. ||l|| = n-1 ⇒ P(l)
| . . . ⊢   by ProveProp
|
.\
. 5. ∀n:ℕ, l:Alph*. ||l||<n ⇒ P(l)
. ⊢   by Witness5 ||l||+1
. |
. |\
. | .....set predicate .....
. | 4. l : Alph*
. | ⊢  0≤||l||+1
. |   by Inst Thm* ∀l:A*. ||l||≥0    {non_neg_length} [Alph;l]
. |
. .\
. . 5. ∀l@0:Alph*. ||l@0||<||l||+1 ⇒ P(l@0)
. . ⊢   by Witness5 l
. . |
. . 5. ||l||<||l||+1 ⇒ P(l)

. . ⊢   by Analyze 5
END
```