```
choose_elim_neg  THM

⊢  ∀'a:S, P,Q:('a→Prop).
|  (∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x))
|  ⇒
|  ((∀x:'a. ¬Q(x)) ⇒ (∀x:'a. P(x))) ⇒ P(@x:'a. Q(x))
| by UnAb [`choose`] THEN StrongAuto
|
1. 'a : S
2. P : 'a→Prop
3. Q : 'a→Prop
4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
5. (∀x:'a. ¬Q(x)) ⇒ (∀x:'a. P(x))
⊢  P(InjCase(lem({x:'a| Q(x) }); x. x, arb('a)))
| by GenDC (lem({x:'a| Q(x) })) THEN StrongAuto
|
|\
| 1. 'a : S
| 2. P : 'a→Prop
| 3. Q : 'a→Prop
| 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
| 5. (∀x:'a. ¬Q(x)) ⇒ (∀x:'a. P(x))
| 6. x : {x:'a| Q(x) }
| ⊢  P(x)  by AddEMHyp THEN Analyze 6 THEN StrongAuto
| |
| 1. 'a : S
| 2. P : 'a→Prop
| 3. Q : 'a→Prop
| 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
| 5. (∀x:'a. ¬Q(x)) ⇒ (∀x:'a. P(x))
| 6. x : 'a
| 7. Q(x)
| 8. XM
| ⊢  P(x)  by BackThru 4 THEN StrongAuto
|
.\
. 1. 'a : S
. 2. P : 'a→Prop
. 3. Q : 'a→Prop
. 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
. 5. (∀x:'a. ¬Q(x)) ⇒ (∀x:'a. P(x))
. 6. {x:'a| Q(x) }→Void
. ⊢  P(arb('a))  by BackThru 5 THEN StrongAuto
. |
. 1. 'a : S
. 2. P : 'a→Prop
. 3. Q : 'a→Prop
. 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
. 5. (∀x:'a. ¬Q(x)) ⇒ (∀x:'a. P(x))
. 6. {x:'a| Q(x) }→Void
. 7. x : 'a
. ⊢  ¬Q(x)  by UnAb [`not`;`false`] THEN StrongAuto
. |
. 1. 'a : S
. 2. P : 'a→Prop
```

```
. 3. Q : 'a→Prop
. 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
. 5. (∀x:'a. Q(x) ⇒ Void) ⇒ (∀x:'a. P(x))
. 6. {x:'a| Q(x) }→Void
. 7. x : 'a
. 8. Q(x)
. ⊢  Void  by Analyze 6 THEN StrongAuto
. |
. .....antecedent .....
. 1. 'a : S
. 2. P : 'a→Prop
. 3. Q : 'a→Prop
. 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
. 5. (∀x:'a. Q(x) ⇒ Void) ⇒ (∀x:'a. P(x))
. 6. {x:'a| Q(x) }→Void
. 7. x : 'a
. 8. Q(x)
. ⊢  {x:'a| Q(x) }  by DTerm x 0 THEN StrongAuto
END
```