```
choose_elim_pos  THM

⊢  ∀'a:S, P,Q:('a→Prop).
|  (∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)) ⇒ (∃x:'a. Q(x)) ⇒ P(@x:'a. Q(x))
| by UnAb [‘choose‘] THEN StrongAuto
|
1. 'a : S
2. P : 'a→Prop
3. Q : 'a→Prop
4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
5. ∃x:'a. Q(x)
⊢  P(InjCase(lem({x:'a| Q(x) }); x. x, arb('a)))
| by GenDC (lem({x:'a| Q(x) })) THEN StrongAuto
|
|\
| 1. 'a : S
| 2. P : 'a→Prop
| 3. Q : 'a→Prop
| 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
| 5. ∃x:'a. Q(x)
| 6. x : {x:'a| Q(x) }
| ⊢  P(x)  by AddEMHyp THEN Analyze 6 THEN StrongAuto
| |
| 1. 'a : S
| 2. P : 'a→Prop
| 3. Q : 'a→Prop
| 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
| 5. ∃x:'a. Q(x)
| 6. x : 'a
| 7. Q(x)
| 8. XM
| ⊢  P(x)  by BackThru 4 THEN StrongAuto
|
.\
. 1. 'a : S
. 2. P : 'a→Prop
. 3. Q : 'a→Prop
. 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
. 5. ∃x:'a. Q(x)
. 6. {x:'a| Q(x) }→Void
. ⊢  P(arb('a))  by Analyze 5 THEN StrongAuto
. |
. 1. 'a : S
. 2. P : 'a→Prop
. 3. Q : 'a→Prop
. 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
. 5. x : 'a
. 6. Q(x)
. 7. {x:'a| Q(x) }→Void
. ⊢  P(arb('a))  by Analyze 7 THEN StrongAuto
. |
. .....antecedent .....
. 1. 'a : S
. 2. P : 'a→Prop
. 3. Q : 'a→Prop
```

```
. 4. ∀x:'a. Q(x) ⇒ P(x)
. 5. x : 'a
. 6. Q(x)
. 7. {x:'a| Q(x) }⟶Void
. ⊢  {x:'a| Q(x) }  by DTerm x 0 THEN StrongAuto
END
```