iter_via_intseg_amputate_units THM

```
⊢  ∀A:Type, f:(A→A→A), u:A.
|  is_ident(A; f; u)
|  ⇒
|  is_assoc_sep(A; f)
|  ⇒
|  (∀a,b:ℤ, c:{a...b}, d:{c..b⁻}, e:({a..b⁻}→A).
|   (∀i:{a..b⁻}. i<c ∨ d≤i ⇒ e(i) = u)
|   ⇒
|   (Iter(f;u) i:{a..b⁻}. e(i)) = (Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)))
| by Auto
|
1. A : Type
2. f : A→A→A
3. u : A
4. is_ident(A; f; u)
5. is_assoc_sep(A; f)
6. a : ℤ
7. b : ℤ
8. c : {a...b}
9. d : {c..b⁻}
10. e : {a..b⁻}→A
11. ∀i:{a..b⁻}. i<c ∨ d≤i ⇒ e(i) = u
⊢  (Iter(f;u) i:{a..b⁻}. e(i)) = (Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i))
| by let T
|        ≡ Rewrite by
|          Thm*  ∀f:(A→A→A), u:A.
|                is_ident(A; f; u)
|                ⇒
|                is_assoc_sep(A; f)
|                ⇒
|                (∀a,c,b:ℤ, e:({a..b⁻}→A).
|                 a≤c
|                 ⇒
|                 c≤b
|                 ⇒
|                 (Iter(f;u) i:{a..b⁻}. e(i))
|                 =
|                 f
|                 ((Iter(f;u) i:{a..c⁻}. e(i))
|                 ,Iter(f;u) i:{c..b⁻}. e(i)))
|          {iter_via_intseg_split_mid} in
|    T Using:[a:= a | c:= c] THEN T Using:[a:= c | c:= d]
|
⊢  f
|  ((Iter(f;u) i:{a..c⁻}. e(i))
|  ,f((Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)),Iter(f;u) i:{d..b⁻}. e(i)))
|  =
|  f((Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)),Iter(f;u) i:{d..d⁻}. e(i))
| by let T
|        ≡ Rewrite by
|          Thm*  ∀f:(A→A→A), u:A.
|                is_ident(A; f; u)
|                ⇒
```

```
|                (∀a,b:ℤ, e:({a..b⁻}→A).
|                 (∀i:{a..b⁻}. e(i) = u)
|                 ⇒
|                 (Iter(f;u) i:{a..b⁻}. e(i)) = u)
|          {iter_via_intseg_all_units} in
|    T Using:[a:= a] THEN Try BackThru: Hyp:11
|    THEN
|    T Using:[a:= d] THEN Try BackThru: Hyp:11
|
⊢  f(u,f((Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)),u))
|  =
|  f((Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)),u)
| by Inst: is_ident(A; f; u) Using:[Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)]
|
12. f(u,Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)) = (Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i))
13. f((Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)),u) = (Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i))
⊢  f(u,f((Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)),u))
   =
   f((Iter(f;u) i:{c..d⁻}. e(i)),u)
  by Rewrite by Hyp:-1 THEN Rewrite by Hyp:12
END
```