```
list_iso_transitivity  THM

⊢  Discrete{T}
|  ⇒
|  (∀eq1,eq2,eq3:{T≡₂}, L1,L2,L3:T List.
|   eq1 = eq2 ⇒ eq2 = eq3 ⇒ L1(∼eq1)L2 ⇒ L2(∼eq2)L3 ⇒ L1(∼eq3)L3)
| by Analyze 0 THEN Analyze 0 THEN Analyze 0 THEN Equivalence -1
|    THEN
|    Analyze 0
|    THEN
|    Equivalence -1
|    THEN
|    Analyze 0
|    THEN
|    Equivalence -1
|    THEN
|    UnivCD
|
1. T : Type
2. Discrete{T}
3. eq1 : {T≡₂}
4. eq1 ∈ T→T→𝔹
5. ∀x:T. eq1(x,x)
6. ∀x,y:T. eq1(x,y) ⟺ eq1(y,x)
7. ∀x,y,z:T. eq1(x,y) ⇒ eq1(y,z) ⇒ eq1(x,z)
8. eq2 : {T≡₂}
9. eq2 ∈ T→T→𝔹
10. ∀x:T. eq2(x,x)
11. ∀x,y:T. eq2(x,y) ⟺ eq2(y,x)
12. ∀x,y,z:T. eq2(x,y) ⇒ eq2(y,z) ⇒ eq2(x,z)
13. eq3 : {T≡₂}
14. eq3 ∈ T→T→𝔹
15. ∀x:T. eq3(x,x)
16. ∀x,y:T. eq3(x,y) ⟺ eq3(y,x)
17. ∀x,y,z:T. eq3(x,y) ⇒ eq3(y,z) ⇒ eq3(x,z)
18. L1 : T List
19. L2 : T List
20. L3 : T List
21. eq1 = eq2
22. eq2 = eq3
23. L1(∼eq1)L2
24. L2(∼eq2)L3
⊢  L1(∼eq3)L3  by OnHyps [24;23;0] (λi.UnfoldTopAb i THEN Analyze i)
|
|\
| 23. L1(⊆eq1)L2
| 24. L2(⊆eq1)L1
| 25. L2(⊆eq2)L3
| 26. L3(⊆eq2)L2
| ⊢  L1(⊆eq3)L3
|   by Using [‘L2’,L2;‘eq2’,eq2;‘eq1’,eq1]
|      (BackThru
|       Thm* Discrete{T}
|             ⇒
|             (∀eq1,eq2,eq3:{T≡₂}, L1,L2,L3:T List.
```

```
|              eq1 = eq2
|              ⇒
|              eq2 = eq3 ⇒ L1(⊆eq1)L2 ⇒ L2(⊆eq2)L3 ⇒ L1(⊆eq3)L3)
|        {sublist_transitivity})
|
.\
. 23. L1(⊆eq1)L2
. 24. L2(⊆eq1)L1
. 25. L2(⊆eq2)L3
. 26. L3(⊆eq2)L2
. ⊢  L3(⊆eq3)L1
.   by Using [‘L2’,L2;‘eq2’,eq1;‘eq1’,eq2]
.       (BackThru
.        Thm* Discrete{T}
.             ⇒
.             (∀eq1,eq2,eq3:{T≡₂}, L1,L2,L3:T List.
.              eq1 = eq2
.              ⇒
.              eq2 = eq3 ⇒ L1(⊆eq1)L2 ⇒ L2(⊆eq2)L3 ⇒ L1(⊆eq3)L3)
.        {sublist_transitivity})
END
```