```
closed_pred_mng  THM

⊢  ∀p:Fmla, rho:Decl, ds,daa:Collection(dec())
|  , da1,da2:Collection(SimpleType), de:sig(), s:{[[ds]] rho}
|  , e:{[[de]] rho}, a1,a2:Top, tr:trace_env([[daa]] rho).
|  trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
|  ⇒
|  tc_pred(p;ds;da1;de)
|  ⇒
|  closed_pred(p)
|  ⇒
|  ([[p]] rho ds da1 de e s a1 tr ⟺ [[p]] rho ds da2 de e s a2 tr)
| by UnivCD THENA Auto
|
|\
| 1. p : Fmla
| 2. rho : Decl
| 3. ds : Collection(dec())
| 4. daa : Collection(dec())
| 5. da1 : Collection(SimpleType)
| 6. da2 : Collection(SimpleType)
| 7. de : sig()
| 8. s : {[[ds]] rho}
| 9. e : {[[de]] rho}
| 10. a1 : Top
| 11. a2 : Top
| 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| 15. closed_pred(p)
| ⊢  [[p]] rho ds da1 de e s a1 tr ⟺ [[p]] rho ds da2 de e s a2 tr
| | by Unfold 'pred_mng' 0 THEN D 0 THEN D 0
|
| |    THENM (RepeatFor 2 (ParallelOp (-1)) THEN
| |    ...
| |      THEN EasyHypThen Auto)
| |
| |      .
| |
| |\
| | .....wf .....
| | 1. p : Fmla
| | 2. rho : Decl
| | 3. ds : Collection(dec())
| | 4. daa : Collection(dec())
| | 5. da1 : Collection(SimpleType)
| | 6. Collection(SimpleType)
| | 7. de : sig()
| | 8. s : {[[ds]] rho}
| | 9. e : {[[de]] rho}
| | 10. a1 : Top
| | 11. Top
| | 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| | 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| | 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
```

```
| | 15. closed_pred(p)
| | ⊢  (∀r:rel(). r ∈ p ⇒ [[r]] rho ds da1 de e s a1 tr) ∈ Prop
| | | by ...
| | |
| | |
| | .....subterm .....
| | 1. p : Fmla
| | 2. rho : Decl
| | 3. ds : Collection(dec())
| | 4. daa : Collection(dec())
| | 5. da1 : Collection(SimpleType)
| | 6. Collection(SimpleType)
| | 7. de : sig()
| | 8. s : {[[ds]] rho}
| | 9. e : {[[de]] rho}
| | 10. a1 : Top
| | 11. Top
| | 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| | 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| | 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| | 15. closed_pred(p)
| | 16. r : rel()
| | 17. r ∈ p
| | ⊢  [[r]] rho ds da1 de e s a1 tr ∈ Prop
| | | by Subst
| | |    [[r]] rho ds da1 de e s a1 tr ~ [[r]] rho ds da1 de e s · tr
| | |     0
| | |
| | |\
| | | .....equality .....
| | | 1. p : Fmla
| | | 2. rho : Decl
| | | 3. ds : Collection(dec())
| | | 4. daa : Collection(dec())
| | | 5. da1 : Collection(SimpleType)
| | | 6. Collection(SimpleType)
| | | 7. de : sig()
| | | 8. s : {[[ds]] rho}
| | | 9. e : {[[de]] rho}
| | | 10. a1 : Top
| | | 11. Top
| | | 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| | | 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| | | 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| | | 15. closed_pred(p)
| | | 16. r : rel()
| | | 17. r ∈ p
| | | ⊢  [[r]] rho ds da1 de e s a1 tr ~ [[r]] rho ds da1 de e s · tr
| | |   by ...
| | |
| | .\
| | . 1. p : Fmla
| | . 2. rho : Decl
| | . 3. ds : Collection(dec())
| | . 4. daa : Collection(dec())
```

```
| | . 5. da1 : Collection(SimpleType)
| | . 6. Collection(SimpleType)
| | . 7. de : sig()
| | . 8. s : {[[ds]] rho}
| | . 9. e : {[[de]] rho}
| | . 10. Top
| | . 11. Top
| | . 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| | . 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| | . 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| | . 15. closed_pred(p)
| | . 16. r : rel()
| | . 17. r ∈ p
| | . ⊢  [[r]] rho ds da1 de e s · tr ∈ Prop
| | .   by BackThruLemma ‘rel_mng_wf_closed‘ THEN Auto
| | .
| | .     THEN EasyHypThen Auto·
| |
| .\
| . .....wf .....
| . 1. p : Fmla
| . 2. rho : Decl
| . 3. ds : Collection(dec())
| . 4. daa : Collection(dec())
| . 5. da1 : Collection(SimpleType)
| . 6. da2 : Collection(SimpleType)
| . 7. de : sig()
| . 8. s : {[[ds]] rho}
| . 9. e : {[[de]] rho}
| . 10. Top
| . 11. a2 : Top
| . 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| . 15. closed_pred(p)
| . ⊢  (∀r:rel(). r ∈ p ⇒ [[r]] rho ds da2 de e s a2 tr) ∈ Prop
| . | by ...
| . |
| . |
| . .....subterm .....
| . 1. p : Fmla
| . 2. rho : Decl
| . 3. ds : Collection(dec())
| . 4. daa : Collection(dec())
| . 5. da1 : Collection(SimpleType)
| . 6. da2 : Collection(SimpleType)
| . 7. de : sig()
| . 8. s : {[[ds]] rho}
| . 9. e : {[[de]] rho}
| . 10. Top
| . 11. a2 : Top
| . 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| . 15. closed_pred(p)
```

```
| . 16. r : rel()
| . 17. r ∈ p
| . ⊢  [[r]] rho ds da2 de e s a2 tr ∈ Prop
| . | by Subst
| . |    [[r]] rho ds da2 de e s a2 tr ∼ [[r]] rho ds da1 de e s · tr
| . |     0
| . |
| . |\
| . | .....equality .....
| . | 1. p : Fmla
| . | 2. rho : Decl
| . | 3. ds : Collection(dec())
| . | 4. daa : Collection(dec())
| . | 5. da1 : Collection(SimpleType)
| . | 6. da2 : Collection(SimpleType)
| . | 7. de : sig()
| . | 8. s : {[[ds]] rho}
| . | 9. e : {[[de]] rho}
| . | 10. Top
| . | 11. a2 : Top
| . | 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . | 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . | 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| . | 15. closed_pred(p)
| . | 16. r : rel()
| . | 17. r ∈ p
| . | ⊢  [[r]] rho ds da2 de e s a2 tr ∼ [[r]] rho ds da1 de e s · tr
| . |   by ...
| . |
| . .\
| . . 1. p : Fmla
| . . 2. rho : Decl
| . . 3. ds : Collection(dec())
| . . 4. daa : Collection(dec())
| . . 5. da1 : Collection(SimpleType)
| . . 6. Collection(SimpleType)
| . . 7. de : sig()
| . . 8. s : {[[ds]] rho}
| . . 9. e : {[[de]] rho}
| . . 10. Top
| . . 11. Top
| . . 12. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . 13. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . 14. tc_pred(p;ds;da1;de)
| . . 15. closed_pred(p)
| . . 16. r : rel()
| . . 17. r ∈ p
| . . ⊢  [[r]] rho ds da1 de e s · tr ∈ Prop
| . .   by BackThruLemma ‘rel_mng_wf_closed‘ THEN Auto
| . .
| . .      THEN EasyHypThen Auto·
|
.\
. .....unproved Inclusion subgoal .....
. 1. Fmla
```

```
. 2. rho : Decl
. 3. ds : Collection(dec())
. 4. Collection(dec())
. 5. Collection(SimpleType)
. 6. Collection(SimpleType)
. 7. de : sig()
. 8. {[[ds]] rho}
. 9. [[de]] rho = [[de]] rho
. 10. Decl×Decl
. ⊢  Decl ⊆ Decl  by Unfold ‘decl‘ 0 THEN Auto
END
```