```
ioa_mng_wf  THM

⊢  ∀A:ioa{i:l}(), de:sig(), rho:Decl, e:{[[de]] rho}.
|  tc_ioa(A;de)
|  ⇒
|  ¬ioa_mentions_trace(A) ⇒ [[A]] rho de e ∈ sm{i:l}()
| by ...
THEN Unfold ‘tc_ioa‘ (-2) THEN ExRepD
THEN AssertBY
|    niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho) Auto

|    THEN Unfold ‘ioa_mng‘ 0

|    THEN BackThruLemma ‘mk_sm_wf‘ THEN Try (Complete Auto)

|    THEN MemCD THENA Auto
THEN Try (BackThruLemma ‘pred_mng_wf‘)

|    THEN Auto
THEN Try (BackThruLemma ‘empty_sts_mng‘ THEN Auto)

|    THEN Try (RevHypSubstSq (-1) 0 THEN EasyHyp)

|    THEN Try (Using [‘ds’,A.ds
|    ] (BackThruLemma ‘record_select_wf_decls_mng‘)

|                              THEN Auto THEN EasyHyp) ·
|
|·
|
|\
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
| |  ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
| 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 11. {[[A.ds]] rho}
| ⊢  trace_consistent_pred(rho;A.da;niltrace().proj;A.init)
| | by Unfold ‘trace_consistent_pred‘ 0 THEN Unfold ‘col_all‘ 0
|
| |    THEN Auto
|
| |    ...
| |
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
```

```
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
| |  ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
| 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 11. {[[A.ds]] rho}
| 12. r : rel()
| 13. r ∈ A.init
| ⊢  ¬rel_mentions_trace(r)
| | by ...
| |
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
|    ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 10. {[[A.ds]] rho}
| 11. r : rel()
| 12. r ∈ A.init
| 13. rel_mentions_trace(r)
| ⊢  (∃e:eff(). e ∈ A.eff & mentions_trace(e.smt.term))
|    ∨ (∃p:pre(). p ∈ A.pre & rel_mentions_trace(p.rel))
|    ∨ (∃r:rel(). r ∈ A.init & rel_mentions_trace(r))
|   by OrRight THENA Auto THEN InstConcl [r] THEN Auto
|
|\
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
| |  ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
| 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 11. {[[A.ds]] rho}
| 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
| 13. {[[A.ds]] rho}
| 14. p : pre()
| 15. p ∈ A.pre
| 16. p.kind = kind(a)
| ⊢  value(a) ∈ [[dec_lookup(A.da;p.kind)]] rho  by HypSubstSq (-1) 0
| |
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
```

```
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
|    ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
| 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 11. {[[A.ds]] rho}
| 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
| 13. {[[A.ds]] rho}
| 14. p : pre()
| 15. p ∈ A.pre
| 16. p.kind = kind(a)
| ⊢  value(a) ∈ [[dec_lookup(A.da;kind(a))]] rho  by Easy
|
|\
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
| |  ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
| 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 11. {[[A.ds]] rho}
| 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
| 13. {[[A.ds]] rho}
| 14. p : pre()
| 15. p ∈ A.pre
| 16. p.kind = kind(a)
| ⊢  trace_consistent_rel(rho;A.da;niltrace().proj;p.rel)
| | by BackThruLemma ‘no_mention_implies_consistent_rel‘ THEN Auto
| |
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
| |  ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
| 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 11. {[[A.ds]] rho}
| 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
| 13. {[[A.ds]] rho}
| 14. p : pre()
| 15. p ∈ A.pre
| 16. p.kind = kind(a)
| ⊢  ¬rel_mentions_trace(p.rel)
| | by ...
```

```
| |
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
|    ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 10. {[[A.ds]] rho}
| 11. a : (Σ[[A.da]] rho)
| 12. {[[A.ds]] rho}
| 13. p : pre()
| 14. p ∈ A.pre
| 15. p.kind = kind(a)
| 16. rel_mentions_trace(p.rel)
| ⊢  (∃e:eff(). e ∈ A.eff & mentions_trace(e.smt.term))
|    ∨ (∃p:pre(). p ∈ A.pre & rel_mentions_trace(p.rel))
|    ∨ (∃r:rel(). r ∈ A.init & rel_mentions_trace(r))
|   by OrLeft THENA Auto THEN OrRight THENA Auto THEN InstConcl [p
|      ] THEN Auto
|
|\
| 1. A : ioa{i:l}()
| 2. de : sig()
| 3. rho : Decl
| 4. {[[de]] rho}
| 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
| 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
| 7. ∀ef:eff().
|    ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
| 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
| 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
| 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
| 11. {[[A.ds]] rho}
| 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
| 13. {[[A.ds]] rho}
| 14. ef : eff()
| 15. ef ∈ A.eff
| 16. ef.kind = kind(a)
| ⊢  mk_dec(ef.smt.lbl, ef.smt.typ) ∈ A.ds
|   by AllHyps (\i. Unfold ‘tc_eff‘ i THENM Unfold ‘tc_smt‘ i
|
|                  THEN InstHyp [ef] i
|             THEN  Auto)
|
.\
. 1. A : ioa{i:l}()
. 2. de : sig()
. 3. rho : Decl
. 4. e : {[[de]] rho}
. 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. 6. ∀p:pre(). p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
```

```
. 7. ∀ef:eff().
. |  ef ∈ A.eff ⇒ mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. 11. s1 : {[[A.ds]] rho}
. 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. 13. {[[A.ds]] rho}
. 14. ef : eff()
. 15. ef ∈ A.eff
. 16. ef.kind = kind(a)
. ⊢  [[ef.smt.term]] 1of(e) s1 value(a) niltrace()
. |  ∈ [[ef.smt.typ]] rho
. | by Using [‘de’,de;‘st1’,<ef.typ>;‘da’,A.da
. |    ] (BackThruLemma ‘term_typing‘ THEN Auto)
.
. |    THEN AllHyps (\i. D i THEN Reduce 0 THEN Trivial)
. |
. |\
. | 1. A : ioa{i:l}()
. | 2. de : sig()
. | 3. rho : Decl
. | 4. {[[de]] rho}
. | 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. | 6. ∀p:pre().
. | |  p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. | 7. ∀ef:eff().
. | |  ef ∈ A.eff
. | |  ⇒
. | |  mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. | 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. | 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. | 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. | 11. {[[A.ds]] rho}
. | 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. | 13. {[[A.ds]] rho}
. | 14. ef : eff()
. | 15. ef ∈ A.eff
. | 16. ef.kind = kind(a)
. | ⊢  value(a) ∈ [[<ef.typ>]] rho
. | | by BackThruLemma ‘sts_mng_singleton‘ THENA Auto
. | |
. | .....wf .....
. | 1. A : ioa{i:l}()
. | 2. de : sig()
. | 3. rho : Decl
. | 4. {[[de]] rho}
. | 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. | 6. ∀p:pre().
. | |  p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. | 7. ∀ef:eff().
. | |  ef ∈ A.eff
. | |  ⇒
. | |  mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. | 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
```

```
. | 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. | 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. | 11. {[[A.ds]] rho}
. | 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. | 13. {[[A.ds]] rho}
. | 14. ef : eff()
. | 15. ef ∈ A.eff
. | 16. ef.kind = kind(a)
. | ⊢  value(a) ∈ [[ef.typ]] rho
. | | by Using [‘sts’,dec_lookup(A.da;kind(a))
. | |    ] (BackThruLemma ‘sts_mng_subtype‘)
. | |  THEN Auto
. | |
. | |\
. | | .....wf .....
. | | 1. A : ioa{i:l}()
. | | 2. de : sig()
. | | 3. rho : Decl
. | | 4. {[[de]] rho}
. | | 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. | | 6. ∀p:pre().
. | |    p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. | | 7. ∀ef:eff().
. | |    ef ∈ A.eff
. | |    ⇒
. | |    mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. | | 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. | | 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. | | 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. | | 11. {[[A.ds]] rho}
. | | 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. | | 13. {[[A.ds]] rho}
. | | 14. ef : eff()
. | | 15. ef ∈ A.eff
. | | 16. ef.kind = kind(a)
. | | ⊢  value(a) ∈ [[dec_lookup(A.da;kind(a))]] rho  by Easy
. | |
. | .\
. | . 1. A : ioa{i:l}()
. | . 2. de : sig()
. | . 3. rho : Decl
. | . 4. {[[de]] rho}
. | . 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. | . 6. ∀p:pre().
. | .    p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. | . 7. ∀ef:eff().
. | .    ef ∈ A.eff
. | .    ⇒
. | .    mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. | . 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. | . 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. | . 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. | . 11. {[[A.ds]] rho}
. | . 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. | . 13. {[[A.ds]] rho}
```

```
. | . 14. ef : eff()
. | . 15. ef ∈ A.eff
. | . 16. ef.kind = kind(a)
. | . ⊢  ef.typ ∈ dec_lookup(A.da;kind(a))
. | .   by ...
. | .   THEN AllHyps (\i. InstHyp [ef] i THEN Complete Auto)
. | .
. |
. |\
. | 1. A : ioa{i:l}()
. | 2. de : sig()
. | 3. rho : Decl
. | 4. {[[de]] rho}
. | 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. | 6. ∀p:pre().
. | |  p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. | 7. ∀ef:eff().
. | |  ef ∈ A.eff
. | |  ⇒
. | |  mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. | 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. | 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. | 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. | 11. {[[A.ds]] rho}
. | 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. | 13. {[[A.ds]] rho}
. | 14. ef : eff()
. | 15. ef ∈ A.eff
. | 16. ef.kind = kind(a)
. | ⊢  trace_consistent(rho;A.da;niltrace().proj;ef.smt.term)
. | | by BackThruLemma ‘no_mention_implies_consistent_term‘ THEN Auto
. | |
. | 1. A : ioa{i:l}()
. | 2. de : sig()
. | 3. rho : Decl
. | 4. {[[de]] rho}
. | 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. | 6. ∀p:pre().
. | |  p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. | 7. ∀ef:eff().
. | |  ef ∈ A.eff
. | |  ⇒
. | |  mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. | 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. | 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. | 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. | 11. {[[A.ds]] rho}
. | 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. | 13. {[[A.ds]] rho}
. | 14. ef : eff()
. | 15. ef ∈ A.eff
. | 16. ef.kind = kind(a)
. | ⊢  ¬mentions_trace(ef.smt.term)
. | | by ...
. | |
```

```
. | 1. A : ioa{i:l}()
. | 2. de : sig()
. | 3. rho : Decl
. | 4. {[[de]] rho}
. | 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. | 6. ∀p:pre().
. |    p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. | 7. ∀ef:eff().
. |    ef ∈ A.eff
. |    ⇒
. |    mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. | 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. | 9. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)
. | 10. {[[A.ds]] rho}
. | 11. a : (Σ[[A.da]] rho)
. | 12. {[[A.ds]] rho}
. | 13. ef : eff()
. | 14. ef ∈ A.eff
. | 15. ef.kind = kind(a)
. | 16. mentions_trace(ef.smt.term)
. | ⊢  (∃e:eff(). e ∈ A.eff & mentions_trace(e.smt.term))
. |    ∨ (∃p:pre(). p ∈ A.pre & rel_mentions_trace(p.rel))
. |    ∨ (∃r:rel(). r ∈ A.init & rel_mentions_trace(r))
. |   by OrLeft THENA Auto THEN OrLeft THENA Auto THEN InstConcl [ef
. |      ] THEN Auto
. |
. .\
. . 1. A : ioa{i:l}()
. . 2. de : sig()
. . 3. rho : Decl
. . 4. {[[de]] rho}
. . 5. tc_pred(A.init;A.ds;<>;de)
. . 6. ∀p:pre().
. .    p ∈ A.pre ⇒ tc(p.rel;A.ds;dec_lookup(A.da;p.kind);de)
. . 7. ∀ef:eff().
. .    ef ∈ A.eff
. .    ⇒
. .    mk_dec(ef.kind, ef.typ) ∈ A.da & tc_eff(ef;A.ds;de)
. . 8. ∀f:frame(). f ∈ A.frame ⇒ mk_dec(f.var, f.typ) ∈ A.ds
. . 9. ¬ioa_mentions_trace(A)
. . 10. niltrace() ∈ trace_env([[A.da]] rho)

. . 11. {[[A.ds]] rho}
. . 12. a : (Σ[[A.da]] rho)
. . 13. {[[A.ds]] rho}
. . 14. ef : eff()
. . 15. ef ∈ A.eff
. . 16. ef.kind = kind(a)
. . ⊢  ef.smt.typ ∈ term_types(A.ds;<ef.typ>;de;ef.smt.term)
. .   by RevHypSubstSq (-1) 0 THEN
. .
. .        AllHyps (\i. Unfold ‘tc_eff‘ i THEN Unfold ‘tc_smt‘ i THEN
. .
. .                InstHyp [ef] i THEN Auto)
END
```