```
pred_mng2_addprime  THM

⊢  ∀p:Fmla, ds,daa:Collection(dec()), da:Collection(SimpleType)
|  , de:sig(), rho:Decl, e:{[[de]] rho}, s,s':{[[ds]] rho}
|  , a:[[da]] rho, tr:trace_env([[daa]] rho).
|  trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
|  ⇒
|  tc_pred(p;ds;da;de)
|  ⇒
|  (pred_mng_2((p)'; rho; ds; da; de; e; s; s'; a; tr)
|   ⟺
|   [[p]] rho ds da de e s' a tr)
| by Auto THEN All (Unfolds ``pred_mng_2 pred_mng``)
THEN Auto

|    THEN Try (Fold `pred` 0 THEN Auto)

|    THEN Try (Unfold `decl` 0 THEN Auto)

|    THEN Try (BackThruLemma `tc_pred_addprime` THEN Auto)·
|
|\
| 1. p : Fmla
| 2. ds : Collection(dec())
| 3. daa : Collection(dec())
| 4. da : Collection(SimpleType)
| 5. de : sig()
| 6. rho : Decl
| 7. e : {[[de]] rho}
| 8. s : {[[ds]] rho}
| 9. s' : {[[ds]] rho}
| 10. a : [[da]] rho
| 11. tr : trace_env([[daa]] rho)
| 12. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| 13. tc_pred(p;ds;da;de)
| 14. ∀r:rel().
| |   r ∈ (p)' ⇒ rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s'; a; tr)
| 15. r : rel()
| 16. r ∈ p
| ⊢  [[r]] rho ds da de e s' a tr
| | by AllHyps (InstHyp [(r)']) THENA Auto
| |
| |
| |\
| | .....antecedent .....
| | 1. p : Fmla
| | 2. ds : Collection(dec())
| | 3. daa : Collection(dec())
| | 4. da : Collection(SimpleType)
| | 5. de : sig()
| | 6. rho : Decl
| | 7. e : {[[de]] rho}
| | 8. s : {[[ds]] rho}
| | 9. s' : {[[ds]] rho}
| | 10. a : [[da]] rho
```

```
| | 11. tr : trace_env([[daa]] rho)
| | 12. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| | 13. tc_pred(p;ds;da;de)
| | 14. ∀r:rel().
| |     r ∈ (p)' ⇒ rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s'; a; tr)
| | 15. r : rel()
| | 16. r ∈ p
| | ⊢  (r)' ∈ (p)'
| |   by Unfold `pred_addprime` 0 THEN
| | RW ColMemberC 0
| |
| |      THEN AutoInstConcl []
| | THEN Auto
| |
| |      THEN Try (Fold `pred` 0 THEN Auto)
| |
| .\
| . 1. p : Fmla
| . 2. ds : Collection(dec())
| . 3. daa : Collection(dec())
| . 4. da : Collection(SimpleType)
| . 5. de : sig()
| . 6. rho : Decl
| . 7. e : {[[de]] rho}
| . 8. s : {[[ds]] rho}
| . 9. s' : {[[ds]] rho}
| . 10. a : [[da]] rho
| . 11. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . 12. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . 13. tc_pred(p;ds;da;de)
| . 14. ∀r:rel().
| .     r ∈ (p)' ⇒ rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s'; a; tr)
| . 15. r : rel()
| . 16. r ∈ p
| . 17. rel_mng_2((r)'; rho; ds; da; de; e; s; s'; a; tr)
| . ⊢  [[r]] rho ds da de e s' a tr
| .   by NthHypSq (-1) THEN
| .
| .      Symmetry THEN BackThruLemma `rel_mng_2_addprime` THEN Auto
|
|\
| 1. p : Fmla
| 2. ds : Collection(dec())
| 3. daa : Collection(dec())
| 4. da : Collection(SimpleType)
| 5. de : sig()
| 6. rho : Decl
| 7. {[[de]] rho}
| 8. {[[ds]] rho}
| 9. {[[ds]] rho}
| 10. [[da]] rho
| 11. tr : trace_env([[daa]] rho)
| 12. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| 13. tc_pred(p;ds;da;de)
| ⊢  trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;(p)')
```

```
|   by BackThruLemma ‘trace_consistent_pred_addprime‘ THEN Auto
|
.\
. 1. p : Fmla
. 2. ds : Collection(dec())
. 3. daa : Collection(dec())
. 4. da : Collection(SimpleType)
. 5. de : sig()
. 6. rho : Decl
. 7. e : {[[de]] rho}
. 8. s : {[[ds]] rho}
. 9. s’ : {[[ds]] rho}
. 10. a : [[da]] rho
. 11. tr : trace_env([[daa]] rho)
. 12. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
. 13. tc_pred(p;ds;da;de)
. 14. ∀r:rel(). r ∈ p ⇒ [[r]] rho ds da de e s’ a tr
. 15. r : rel()
. 16. r ∈ (p)’
. ⊢  rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s’; a; tr)
. | by Unfold ‘pred_addprime‘ (-1)
. THEN RW ColMemberC (-1)
.
. |    THEN ExRepD
. |
. |
. 1. p : Fmla
. 2. ds : Collection(dec())
. 3. daa : Collection(dec())
. 4. da : Collection(SimpleType)
. 5. de : sig()
. 6. rho : Decl
. 7. e : {[[de]] rho}
. 8. s : {[[ds]] rho}
. 9. s’ : {[[ds]] rho}
. 10. a : [[da]] rho
. 11. tr : trace_env([[daa]] rho)
. 12. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
. 13. tc_pred(p;ds;da;de)
. 14. ∀r:rel(). r ∈ p ⇒ [[r]] rho ds da de e s’ a tr
. 15. r : rel()
. 16. r@0 : rel()
. 17. r@0 ∈ p
. 18. r = (r@0)’
. ⊢  rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s’; a; tr)
. | by AllHyps (InstHyp [r@0]) THENA Auto
. THEN NthHypSq (-1)
. |
. .....assertion .....
. 1. p : Fmla
. 2. ds : Collection(dec())
. 3. daa : Collection(dec())
. 4. da : Collection(SimpleType)
. 5. de : sig()
. 6. rho : Decl
```

```
. 7. e : {[[de]] rho}
. 8. s : {[[ds]] rho}
. 9. s' : {[[ds]] rho}
. 10. a : [[da]] rho
. 11. tr : trace_env([[daa]] rho)
. 12. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
. 13. tc_pred(p;ds;da;de)
. 14. ∀r:rel(). r ∈ p ⇒ [[r]] rho ds da de e s' a tr
. 15. r : rel()
. 16. r@0 : rel()
. 17. r@0 ∈ p
. 18. r = (r@0)'
. 19. [[r@0]] rho ds da de e s' a tr
. ⊢  rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s'; a; tr
.              ) ∼ [[r@0]] rho ds da de e s' a tr
.   by HypSubstSq (-2) 0 THEN
.
.         BackThruLemma ‘rel_mng_2_addprime‘ THEN Auto
END
```