```
pred_mng_2_wf_closed  THM

⊢  ∀p:Fmla, ds,daa:Collection(dec()), da:Collection(SimpleType)
|  , de:sig(), rho:Decl, e:{[[de]] rho}, s,s':{[[ds]] rho}
|  , tr:trace_env([[daa]] rho).
|  trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
|  ⇒
|  tc_pred(p;ds;da;de)
|  ⇒
|  closed_pred(p)
|  ⇒
|  pred_mng_2(p; rho; ds; da; de; e; s; s'; •; tr) ∈ Prop
| by UnivCD THENA Auto
|
|\
| 1. p : Fmla
| 2. ds : Collection(dec())
| 3. daa : Collection(dec())
| 4. da : Collection(SimpleType)
| 5. de : sig()
| 6. rho : Decl
| 7. e : {[[de]] rho}
| 8. s : {[[ds]] rho}
| 9. s' : {[[ds]] rho}
| 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| 13. closed_pred(p)
| ⊢  pred_mng_2(p; rho; ds; da; de; e; s; s'; •; tr) ∈ Prop
| | by Unfold `pred_mng_2` 0 THEN MemCD
| |
| |\
| | .....subterm .....
| | 1. p : Fmla
| | 2. ds : Collection(dec())
| | 3. daa : Collection(dec())
| | 4. da : Collection(SimpleType)
| | 5. de : sig()
| | 6. rho : Decl
| | 7. {[[de]] rho}
| | 8. {[[ds]] rho}
| | 9. {[[ds]] rho}
| | 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| | 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| | 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| | 13. closed_pred(p)
| | ⊢  rel() ∈ Type  by Auto
| |
| .\
| . .....subterm .....
| . 1. p : Fmla
| . 2. ds : Collection(dec())
| . 3. daa : Collection(dec())
| . 4. da : Collection(SimpleType)
| . 5. de : sig()
```

```
| . 6. rho : Decl
| . 7. e : {[[de]] rho}
| . 8. s : {[[ds]] rho}
| . 9. s' : {[[ds]] rho}
| . 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . 13. closed_pred(p)
| . 14. r : rel()
| . ⊢  (r ∈ p ⇒ rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s'; •; tr))
| . |  ∈ Prop  by Analyze
| . |
| . |\
| . | .....subterm .....
| . | 1. p : Fmla
| . | 2. ds : Collection(dec())
| . | 3. daa : Collection(dec())
| . | 4. da : Collection(SimpleType)
| . | 5. de : sig()
| . | 6. rho : Decl
| . | 7. {[[de]] rho}
| . | 8. {[[ds]] rho}
| . | 9. {[[ds]] rho}
| . | 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . | 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . | 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . | 13. closed_pred(p)
| . | 14. r : rel()
| . | ⊢  r ∈ p ∈ Prop  by Auto THEN Fold ‘pred‘ 0 THEN Auto
| . |
| . .\
| . . .....subterm .....
| . . 1. p : Fmla
| . . 2. ds : Collection(dec())
| . . 3. daa : Collection(dec())
| . . 4. da : Collection(SimpleType)
| . . 5. de : sig()
| . . 6. rho : Decl
| . . 7. e : {[[de]] rho}
| . . 8. s : {[[ds]] rho}
| . . 9. s' : {[[ds]] rho}
| . . 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . . 13. closed_pred(p)
| . . 14. r : rel()
| . . 15. r ∈ p
| . . ⊢  rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s'; •; tr) ∈ Prop
| . . | by Assert rel_mng_2(r; rho; ds; <>; de; e; s; s'; •; tr)
| . . |           ∈ Prop
| . . |
| . . |\
| . . | .....assertion .....
| . . | 1. p : Fmla
| . . | 2. ds : Collection(dec())
```

```
| . . | 3. daa : Collection(dec())
| . . | 4. da : Collection(SimpleType)
| . . | 5. de : sig()
| . . | 6. rho : Decl
| . . | 7. e : {[[de]] rho}
| . . | 8. s : {[[ds]] rho}
| . . | 9. s' : {[[ds]] rho}
| . . | 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . | 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . | 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . . | 13. closed_pred(p)
| . . | 14. r : rel()
| . . | 15. r ∈ p
| . . | ⊢  rel_mng_2(r; rho; ds; <>; de; e; s; s'; •; tr) ∈ Prop
| . . | | by Auto
| . . | |
| . . | |\
| . . | | .....subterm .....
| . . | | 1. p : Fmla
| . . | | 2. ds : Collection(dec())
| . . | | 3. daa : Collection(dec())
| . . | | 4. da : Collection(SimpleType)
| . . | | 5. de : sig()
| . . | | 6. rho : Decl
| . . | | 7. {[[de]] rho}
| . . | | 8. {[[ds]] rho}
| . . | | 9. {[[ds]] rho}
| . . | | 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . | | 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . | | 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . . | | 13. closed_pred(p)
| . . | | 14. r : rel()
| . . | | 15. r ∈ p
| . . | | ⊢  • ∈ [[<>]] rho
| . . | |   by BackThruLemma `empty_sts_mng` THEN Auto
| . . | |
| . . | |\
| . . | | 1. p : Fmla
| . . | | 2. ds : Collection(dec())
| . . | | 3. daa : Collection(dec())
| . . | | 4. da : Collection(SimpleType)
| . . | | 5. de : sig()
| . . | | 6. rho : Decl
| . . | | 7. {[[de]] rho}
| . . | | 8. {[[ds]] rho}
| . . | | 9. {[[ds]] rho}
| . . | | 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . | | 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . | | 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . . | | 13. closed_pred(p)
| . . | | 14. r : rel()
| . . | | 15. r ∈ p
| . . | | ⊢  trace_consistent_rel(rho;daa;tr.proj;r)
| . . | |   by ...
| . . | |             THEN BackThruHyp h THEN Auto )
```

```
| . . | |
| . . | .\
| . . | . 1. p : Fmla
| . . | . 2. ds : Collection(dec())
| . . | . 3. daa : Collection(dec())
| . . | . 4. da : Collection(SimpleType)
| . . | . 5. de : sig()
| . . | . 6. rho : Decl
| . . | . 7. {[[de]] rho}
| . . | . 8. {[[ds]] rho}
| . . | . 9. {[[ds]] rho}
| . . | . 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . | . 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . | . 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . . | . 13. closed_pred(p)
| . . | . 14. r : rel()
| . . | . 15. r ∈ p
| . . | . ⊢  tc(r;ds;<>;de)  by AllHyps (Unfold `tc_pred`)
| . . | . |
| . . | . 1. p : Fmla
| . . | . 2. ds : Collection(dec())
| . . | . 3. daa : Collection(dec())
| . . | . 4. da : Collection(SimpleType)
| . . | . 5. de : sig()
| . . | . 6. rho : Decl
| . . | . 7. {[[de]] rho}
| . . | . 8. {[[ds]] rho}
| . . | . 9. {[[ds]] rho}
| . . | . 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . | . 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . | . 12. ∀r:rel(). r ∈ p ⇒ tc(r;ds;da;de)
| . . | . 13. closed_pred(p)
| . . | . 14. r : rel()
| . . | . 15. r ∈ p
| . . | . ⊢  tc(r;ds;<>;de)  by InstHyp [r] (-4) THENA Auto
| . . | . |
| . . | . 1. p : Fmla
| . . | . 2. ds : Collection(dec())
| . . | . 3. daa : Collection(dec())
| . . | . 4. da : Collection(SimpleType)
| . . | . 5. de : sig()
| . . | . 6. rho : Decl
| . . | . 7. {[[de]] rho}
| . . | . 8. {[[ds]] rho}
| . . | . 9. {[[ds]] rho}
| . . | . 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . | . 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . | . 12. ∀r:rel(). r ∈ p ⇒ tc(r;ds;da;de)
| . . | . 13. closed_pred(p)
| . . | . 14. r : rel()
| . . | . 15. r ∈ p
| . . | . 16. tc(r;ds;da;de)
| . . | . ⊢  tc(r;ds;<>;de)
| . . | . | by Using [`da1`,da] (BackThruLemma `tc_closed_rel`)
| . . | .
```

```
| . . | . |    THEN Auto
| . . | . |
| . . | . 1. p : Fmla
| . . | . 2. ds : Collection(dec())
| . . | . 3. daa : Collection(dec())
| . . | . 4. da : Collection(SimpleType)
| . . | . 5. de : sig()
| . . | . 6. rho : Decl
| . . | . 7. {[[de]] rho}
| . . | . 8. {[[ds]] rho}
| . . | . 9. {[[ds]] rho}
| . . | . 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . | . 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . | . 12. ∀r:rel(). r ∈ p ⇒ tc(r;ds;da;de)
| . . | . 13. closed_pred(p)
| . . | . 14. r : rel()
| . . | . 15. r ∈ p
| . . | . 16. tc(r;ds;da;de)
| . . | . ⊢  closed_rel(r)
| . . | .   by AllHyps (Unfold `closed_pred`) THEN SmAuto
| . . |
| . . .\
| . . . 1. p : Fmla
| . . . 2. ds : Collection(dec())
| . . . 3. daa : Collection(dec())
| . . . 4. da : Collection(SimpleType)
| . . . 5. de : sig()
| . . . 6. rho : Decl
| . . . 7. e : {[[de]] rho}
| . . . 8. s : {[[ds]] rho}
| . . . 9. s' : {[[ds]] rho}
| . . . 10. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . . . 11. trace_consistent_pred(rho;daa;tr.proj;p)
| . . . 12. tc_pred(p;ds;da;de)
| . . . 13. closed_pred(p)
| . . . 14. r : rel()
| . . . 15. r ∈ p
| . . . 16. rel_mng_2(r; rho; ds; <>; de; e; s; s'; •; tr) ∈ Prop
| . . . ⊢  rel_mng_2(r; rho; ds; da; de; e; s; s'; •; tr) ∈ Prop
| . . .   by All (Unfold `rel_mng_2`) THEN Trivial
|
.\
. .....unproved Inclusion subgoal .....
. 1. Fmla
. 2. Collection(dec())
. 3. Collection(dec())
. 4. Collection(SimpleType)
. 5. de : sig()
. 6. rho : Decl
. 7. [[de]] rho = [[de]] rho
. 8. Decl×Decl
. ⊢  Decl ⊆ Decl  by Unfold `decl` 0 THEN Auto
END
```