```
rel_mng_wf_closed  THM

⊢  ∀rho:Decl, ds,daa:Collection(dec()), da1:Collection(SimpleType)
|  , de:sig(), s:{[[ds]] rho}, e:{[[de]] rho}
|  , tr:trace_env([[daa]] rho), r:rel().
|  closed_rel(r)
|  ⇒
|  tc(r;ds;da1;de)
|  ⇒
|  trace_consistent_rel(rho;daa;tr.proj;r)
|  ⇒
|  [[r]] rho ds da1 de e s • tr ∈ Prop
| by UnivCD THENA Auto THEN Try (Unfold ‘decl‘ 0 THEN Auto)
|
1. rho : Decl
2. ds : Collection(dec())
3. daa : Collection(dec())
4. da1 : Collection(SimpleType)
5. de : sig()
6. s : {[[ds]] rho}
7. e : {[[de]] rho}
8. tr : trace_env([[daa]] rho)
9. r : rel()
10. closed_rel(r)
11. tc(r;ds;da1;de)
12. trace_consistent_rel(rho;daa;tr.proj;r)
⊢  [[r]] rho ds da1 de e s • tr ∈ Prop
| by Assert [[r]] rho ds <> de e s • tr ∈ Prop
|
|\
| .....assertion .....
| 1. rho : Decl
| 2. ds : Collection(dec())
| 3. daa : Collection(dec())
| 4. da1 : Collection(SimpleType)
| 5. de : sig()
| 6. s : {[[ds]] rho}
| 7. e : {[[de]] rho}
| 8. tr : trace_env([[daa]] rho)
| 9. r : rel()
| 10. closed_rel(r)
| 11. tc(r;ds;da1;de)
| 12. trace_consistent_rel(rho;daa;tr.proj;r)
| ⊢  [[r]] rho ds <> de e s • tr ∈ Prop  by Auto
| |
| |\
| | .....subterm .....
| | 1. rho : Decl
| | 2. ds : Collection(dec())
| | 3. daa : Collection(dec())
| | 4. da1 : Collection(SimpleType)
| | 5. de : sig()
| | 6. {[[ds]] rho}
| | 7. {[[de]] rho}
| | 8. tr : trace_env([[daa]] rho)
```

```
| | 9. r : rel()
| | 10. closed_rel(r)
| | 11. tc(r;ds;da1;de)
| | 12. trace_consistent_rel(rho;daa;tr.proj;r)
| | ⊢  · ∈ [[<>]] rho  by BackThruLemma ‘empty_sts_mng‘ THEN Auto
| |
| .\
| . 1. rho : Decl
| . 2. ds : Collection(dec())
| . 3. daa : Collection(dec())
| . 4. da1 : Collection(SimpleType)
| . 5. de : sig()
| . 6. {[[ds]] rho}
| . 7. {[[de]] rho}
| . 8. tr : trace_env([[daa]] rho)
| . 9. r : rel()
| . 10. closed_rel(r)
| . 11. tc(r;ds;da1;de)
| . 12. trace_consistent_rel(rho;daa;tr.proj;r)
| . ⊢  tc(r;ds;<>;de)
| .   by Using [‘da1’,da1] (BackThruLemma ‘tc_closed_rel‘)
| . THEN Auto
|
.\
. 1. rho : Decl
. 2. ds : Collection(dec())
. 3. daa : Collection(dec())
. 4. da1 : Collection(SimpleType)
. 5. de : sig()
. 6. s : {[[ds]] rho}
. 7. e : {[[de]] rho}
. 8. tr : trace_env([[daa]] rho)
. 9. r : rel()
. 10. closed_rel(r)
. 11. tc(r;ds;da1;de)
. 12. trace_consistent_rel(rho;daa;tr.proj;r)
. 13. [[r]] rho ds <> de e s · tr ∈ Prop
. ⊢  [[r]] rho ds da1 de e s · tr ∈ Prop
.   by All (Unfold ‘rel_mng‘) THEN Trivial
END
```