```
ring-leader1__realizes  THM

⊢  ∀R:(Id→𝔹), uid:(|R|→ℕ), out,in:(|R|→IdLnk).
|  ring(R;in;out)
|  ⇒
|  Inj(|R|; ℕ; uid)
|  ⇒
|  λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))
|  realizes es.∃ldr:|R|.
|              ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")
|              & (∀i:|R|. ∀e@i.kind(e) = locl("leader") ⇒ i = ldr)
| by RealizerSetup
|    THEN
|    Inst
|    Thm* ∀R:(Id→𝔹), in,out:(|R|→IdLnk).
|         ring(R;in;out) ⇒ (∃L:|R| List. 0<||L|| & (∀i:|R|. (i ∈ L)))
|    {ring_DASH_list}
|    [R;in;out]
|    THEN
|    ExRepD
|    THEN
|    Inst
|    Thm* ∀f:(A→ℤ), L:A List. 0<||L|| ⇒ (∃a∈L.(∀x∈L.f(x)≤f(a)))
|    {maximal_DASH_in_DASH_list}
|    [|R|;uid;L]
|    THENA
|    Try (Complete Auto)
|    THEN
|    Analyze -1
|    THEN
|    ExRepD
|    THEN
|    RenameVar ‘ldr’ -3
|
1. R : Id→𝔹
2. uid : |R|→ℕ
3. out : |R|→IdLnk
4. in : |R|→IdLnk
5. ring(R;in;out)
6. Inj(|R|; ℕ; uid)
7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
8. D’ : Dsys
9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
10. w : World
11. p : FairFifo
12. PossibleWorld(D’;w)
13. L : |R| List
14. 0<||L||
15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
16. ldr : |R|
17. (ldr ∈ L)
18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
⊢  ∃ldr:|R|.
|  ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")
|  & (∀i:|R|. ∀e@i.kind(e) = locl("leader") ⇒ i = ldr)
```

```
| by InstConcl [ldr]
|    THENA
|    (Auto THEN AllHyps (λh.Analyze h THEN Complete Auto))
|
1. R : Id→𝔹
2. uid : |R|→ℕ
3. out : |R|→IdLnk
4. in : |R|→IdLnk
5. ring(R;in;out)
6. Inj(|R|; ℕ; uid)
7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
8. D' : Dsys
9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
10. w : World
11. p : FairFifo
12. PossibleWorld(D';w)
13. L : |R| List
14. 0<||L||
15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
16. ldr : |R|
17. (ldr ∈ L)
18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
⊢  ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")
|  & (∀i:|R|. ∀e@i.kind(e) = locl("leader") ⇒ i = ldr)
| by Assert
|    (∀i:|R|.
|     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
|     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr))
|
|\
| .....assertion .....
| 1. R : Id→𝔹
| 2. uid : |R|→ℕ
| 3. out : |R|→IdLnk
| 4. in : |R|→IdLnk
| 5. ring(R;in;out)
| 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| 8. D' : Dsys
| 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| 10. w : World
| 11. p : FairFifo
| 12. PossibleWorld(D';w)
| 13. L : |R| List
| 14. 0<||L||
| 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| 16. ldr : |R|
| 17. (ldr ∈ L)
| 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| ⊢  ∀i:|R|.
| |  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | by Assert
| |    (∀d:ℕ, i:|R|.
| |     d(ldr;i) = d
```

```
| |     ⇒
| |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr))
| |
| |\
| | .....assertion .....
| | 1. R : Id→𝔹
| | 2. uid : |R|→ℕ
| | 3. out : |R|→IdLnk
| | 4. in : |R|→IdLnk
| | 5. ring(R;in;out)
| | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | 8. D' : Dsys
| | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | 10. w : World
| | 11. p : FairFifo
| | 12. PossibleWorld(D';w)
| | 13. L : |R| List
| | 14. 0<||L||
| | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | 16. ldr : |R|
| | 17. (ldr ∈ L)
| | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | ⊢  ∀d:ℕ, i:|R|.
| | |  d(ldr;i) = d
| | |  ⇒
| | |  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)  by InductionOnNat
| | |
| | |\
| | | .....basecase .....
| | | 1. R : Id→𝔹
| | | 2. uid : |R|→ℕ
| | | 3. out : |R|→IdLnk
| | | 4. in : |R|→IdLnk
| | | 5. ring(R;in;out)
| | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | | 8. D' : Dsys
| | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | | 10. w : World
| | | 11. p : FairFifo
| | | 12. PossibleWorld(D';w)
| | | 13. L : |R| List
| | | 14. 0<||L||
| | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | | 16. ldr : |R|
| | | 17. (ldr ∈ L)
| | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | | ⊢  ∀i:|R|.
| | |    d(ldr;i) = 0
| | |    ⇒
| | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
```

```
| | |   by Auto THEN Assert (d(ldr;i) ∈ ℕ+)
| | |
| | .\
| | . .....upcase .....
| | . 1. R : Id→𝔹
| | . 2. uid : |R|→ℕ
| | . 3. out : |R|→IdLnk
| | . 4. in : |R|→IdLnk
| | . 5. ring(R;in;out)
| | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . 8. D' : Dsys
| | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . 10. w : World
| | . 11. p : FairFifo
| | . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . 13. L : |R| List
| | . 14. 0<||L||
| | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . 16. ldr : |R|
| | . 17. (ldr ∈ L)
| | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . 19. d : ℤ
| | . 20. 0<d
| | . 21. ∀i:|R|.
| | . |   d(ldr;i) = d-1
| | . |   ⇒
| | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . ⊢  ∀i:|R|.
| | . |  d(ldr;i) = d
| | . |  ⇒
| | . |  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)  by Auto
| | . |
| | . 1. R : Id→𝔹
| | . 2. uid : |R|→ℕ
| | . 3. out : |R|→IdLnk
| | . 4. in : |R|→IdLnk
| | . 5. ring(R;in;out)
| | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . 8. D' : Dsys
| | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . 10. w : World
| | . 11. p : FairFifo
| | . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . 13. L : |R| List
| | . 14. 0<||L||
| | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . 16. ldr : |R|
| | . 17. (ldr ∈ L)
| | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . 19. d : ℤ
| | . 20. 0<d
```

```
| | . 21. ∀i:|R|.
| | . |   d(ldr;i) = d-1
| | . |   ⇒
| | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . 22. i : |R|
| | . 23. d(ldr;i) = d
| | . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . | by Assert Dec(ldr = p(i))
| | . |
| | . |\
| | . | .....assertion .....
| | . | 1. R : Id→𝔹
| | . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . | 5. ring(R;in;out)
| | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . | 8. D' : Dsys
| | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . | 10. w : World
| | . | 11. p : FairFifo
| | . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . | 13. L : |R| List
| | . | 14. 0<||L||
| | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . | 16. ldr : |R|
| | . | 17. (ldr ∈ L)
| | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . | 19. d : ℤ
| | . | 20. 0<d
| | . | 21. ∀i:|R|.
| | . |     d(ldr;i) = d-1
| | . |     ⇒
| | . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . | 22. i : |R|
| | . | 23. d(ldr;i) = d
| | . | ⊢  Dec(ldr = p(i))  by Auto
| | . |
| | . .\
| | . . 1. R : Id→𝔹
| | . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . 5. ring(R;in;out)
| | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . 8. D' : Dsys
| | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . 10. w : World
| | . . 11. p : FairFifo
| | . . 12. PossibleWorld(D';w)
```

```
| | . . 13. L : |R| List
| | . . 14. 0<||L||
| | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . 16. ldr : |R|
| | . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . 19. d : ℤ
| | . . 20. 0<d
| | . . 21. ∀i:|R|.
| | . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . |   ⇒
| | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . 22. i : |R|
| | . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . 24. Dec(ldr = p(i))
| | . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)  by Analyze -1
| | . . |
| | . . |\
| | . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | 8. D' : Dsys
| | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | 10. w : World
| | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | 13. L : |R| List
| | . . | 14. 0<||L||
| | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | 16. ldr : |R|
| | . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | 19. d : ℤ
| | . . | 20. 0<d
| | . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . | |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | |   ⇒
| | . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | 22. i : |R|
| | . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | 24. ldr = p(i)
| | . . | ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | | by Subst' (in(i) = out(ldr)) 0
| | . . | |
| | . . | |\
| | . . | | 1. R : Id→𝔹
| | . . | | 2. uid : |R|→ℕ
```

```
| | . . | | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | | 5. ring(R;in;out)
| | . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | | 8. D' : Dsys
| | . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | | 10. w : World
| | . . | | 11. p : FairFifo
| | . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | | 13. L : |R| List
| | . . | | 14. 0<||L||
| | . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | | 16. ldr : |R|
| | . . | | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | | 19. d : ℤ
| | . . | | 20. 0<d
| | . . | | 21. ∀i:|R|.
| | . . | |     d(ldr;i) = d-1
| | . . | |     ⇒
| | . . | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | | 22. i : |R|
| | . . | | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | | 24. ldr = p(i)
| | . . | | ⊢  in(i) = out(ldr)
| | . . | |   by HypSubst -1 0 THEN Unfold `rprev` 0
| | . . | |      THEN
| | . . | |      AllHyps
| | . . | |      (λh.
| | . . | |       Unfold `ring` h THEN ExRepD THEN InstHyp [i] h
| | . . | |       THEN
| | . . | |       ExRepD)
| | . . | |
| | . . | .\
| | . . | . 1. R : Id→𝔹
| | . . | . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . 5. ring(R;in;out)
| | . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . 8. D' : Dsys
| | . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . 10. w : World
| | . . | . 11. p : FairFifo
| | . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . 13. L : |R| List
| | . . | . 14. 0<||L||
| | . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . 16. ldr : |R|
| | . . | . 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . 19. d : ℤ
```

```
| | . . | . 20. 0<d
| | . . | . 21. ∀i:|R|.
| | . . | . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . |   ⇒
| | . . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . 22. i : |R|
| | . . | . 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . 24. ldr = p(i)
| | . . | . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . | by Inst Thm* ∀R:(Id→𝔹). SQType(|R|)    {rset_sq} [R]
| | . . | . |    THEN
| | . . | . |    Subst' (i = n(ldr)) 0
| | . . | . |
| | . . | . |\
| | . . | . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . | 8. D' : Dsys
| | . . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . | 10. w : World
| | . . | . | 11. p : FairFifo
| | . . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . | 13. L : |R| List
| | . . | . | 14. 0<||L||
| | . . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . | 16. ldr : |R|
| | . . | . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . | 19. d : ℤ
| | . . | . | 20. 0<d
| | . . | . | 21. ∀i:|R|.
| | . . | . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . | . |     ⇒
| | . . | . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . | 22. i : |R|
| | . . | . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . | 24. ldr = p(i)
| | . . | . | 25. SQType(|R|)
| | . . | . | ⊢  i = n(ldr)
| | . . | . |   by HypSubst' -2 0
| | . . | . |      THEN
| | . . | . |      RWO
| | . . | . |      Thm* ∀R:(Id→𝔹), in,out:(|R|→IdLnk), j:|R|.
| | . . | . |           ring(R;in;out) ⇒ n(p(j)) = j
| | . . | . |      {rnext_DASH_rprev}
| | . . | . |      0
| | . . | . |
| | . . | . .\
```

```
| | . . | . . 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . 8. D' : Dsys
| | . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . 10. w : World
| | . . | . . 11. p : FairFifo
| | . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . 13. L : |R| List
| | . . | . . 14. 0<||L||
| | . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . 16. ldr : |R|
| | . . | . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . 19. d : ℤ
| | . . | . . 20. 0<d
| | . . | . . 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |   ⇒
| | . . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . 22. i : |R|
| | . . | . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . 24. ldr = p(i)
| | . . | . . 25. SQType(|R|)
| | . . | . . ⊢  ∃e@n(ldr).kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | by AssertBY (∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i)
| | . . | . . |    (Auto
| | . . | . . |     THEN
| | . . | . . |     AllHyps
| | . . | . . |     (λh.
| | . . | . . |      Unfold ‘ring‘ h THEN Analyze h THEN Analyze h
| | . . | . . |      THEN
| | . . | . . |      InstHyp [i1] h
| | . . | . . |      THEN
| | . . | . . |      ExRepD
| | . . | . . |      THEN
| | . . | . . |      Analyze))
| | . . | . . |    THEN
| | . . | . . |    AssertBY (R(ldr)) (DVar ‘ldr’ THEN Unhide)
| | . . | . . |
| | . . | . . 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . 8. D' : Dsys
| | . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
```

```
| | . . | . . 10. w : World
| | . . | . . 11. p : FairFifo
| | . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . 13. L : |R| List
| | . . | . . 14. 0<||L||
| | . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . 16. ldr : |R|
| | . . | . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . 19. d : ℤ
| | . . | . . 20. 0<d
| | . . | . . 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |   ⇒
| | . . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . 22. i : |R|
| | . . | . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . 24. ldr = p(i)
| | . . | . . 25. SQType(|R|)
| | . . | . . 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . 27. R(ldr)
| | . . | . . ⊢  ∃e@n(ldr).kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | by InstRealizerLemma ‘send-once‘
| | . . | . . |    [ℤ;ℤ;"send-me";λx.x;"vote";out(ldr);"me"]
| | . . | . . |
| | . . | . . 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . 8. D' : Dsys
| | . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . 10. w : World
| | . . | . . 11. p : FairFifo
| | . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . 13. L : |R| List
| | . . | . . 14. 0<||L||
| | . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . 16. ldr : |R|
| | . . | . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . 19. d : ℤ
| | . . | . . 20. 0<d
| | . . | . . 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |   ⇒
| | . . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . 22. i : |R|
| | . . | . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . 24. ldr = p(i)
```

```
| | . . | . . 25. SQType(|R|)
| | . . | . . 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . 27. R(ldr)
| | . . | . . 28. (vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ)
| | . . | . . |   & (∀e:E.
| | . . | . . |      kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |      ⇒
| | . . | . . |      (valtype(e) ⊆r ℤ))
| | . . | . . |   & (∃e:E.
| | . . | . . |      kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |      & val(e) = (λx.x)(("me" when sender(e)))
| | . . | . . |        & kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . |        & (∀e':E.
| | . . | . . |           kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |           ⇒
| | . . | . . |           kind(sender(e')) = locl("send-me")
| | . . | . . |           ⇒
| | . . | . . |           e' = e))
| | . . | . . ⊢  ∃e@n(ldr).kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | by ExRepD THEN All Reduce
| | . . | . . |
| | . . | . . 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . 8. D' : Dsys
| | . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . 10. w : World
| | . . | . . 11. p : FairFifo
| | . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . 13. L : |R| List
| | . . | . . 14. 0<||L||
| | . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . 16. ldr : |R|
| | . . | . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . 19. d : ℤ
| | . . | . . 20. 0<d
| | . . | . . 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |   ⇒
| | . . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . 22. i : |R|
| | . . | . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . 24. ldr = p(i)
| | . . | . . 25. SQType(|R|)
| | . . | . . 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i

| | . . | . . 27. R(ldr)
| | . . | . . 28. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . 29. ∀e:E.
```

```
| | . . | . . |   kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |   ⇒
| | . . | . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . 30. e : E
| | . . | . . 31. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . 32. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . 33. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . 34. ∀e':E.
| | . . | . . |   kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |   ⇒
| | . . | . . |   kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . ⊢  ∃e@n(ldr).kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | by Unfold `existse-at` 0 THEN InstConcl [e]
| | . . | . . |
| | . . | . . |\
| | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . | 8. D' : Dsys
| | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . | 10. w : World
| | . . | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . | 13. L : |R| List
| | . . | . . | 14. 0<||L||
| | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . | 16. ldr : |R|
| | . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . | 19. d : ℤ
| | . . | . . | 20. 0<d
| | . . | . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 22. i : |R|
| | . . | . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . | 24. ldr = p(i)
| | . . | . . | 25. SQType(|R|)
| | . . | . . | 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . | 27. R(ldr)
| | . . | . . | 28. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . | 29. ∀e:E.
| | . . | . . |     kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . | 30. e : E
| | . . | . . | 31. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | 32. val(e) = ("me" when sender(e))
```

```
| | . . | . . | 33. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . | 34. ∀e':E.
| | . . | . . |     kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . | ⊢  loc(e) = n(ldr)  by Unfold `rnext` 0 THEN MaAuto
| | . . | . . |
| | . . | . . |\
| | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . | 8. D' : Dsys
| | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . | 10. w : World
| | . . | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . | 13. L : |R| List
| | . . | . . | 14. 0<||L||
| | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . | 16. ldr : |R|
| | . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . | 19. d : ℤ
| | . . | . . | 20. 0<d
| | . . | . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 22. i : |R|
| | . . | . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . | 24. ldr = p(i)
| | . . | . . | 25. SQType(|R|)
| | . . | . . | 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . | 27. R(ldr)
| | . . | . . | 28. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . | 29. ∀e:E.
| | . . | . . |     kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")

| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . | 30. e : E
| | . . | . . | 31. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | 32. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . | 33. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . | 34. ∀e':E.
| | . . | . . |     kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . | ⊢  valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . | . . |   by Using ['B',ℤ]
| | . . | . . |      (BackThru
```

```
| | . . | . . |       Thm* (A ⊆r B) ⇒ (B ⊆r C) ⇒ (A ⊆r C)
| | . . | . . |       {subtype_rel_transitivity})
| | . . | . . |      THEN
| | . . | . . |      Try BackThruSomeHyp
| | . . | . . |      THEN
| | . . | . . |      Analyze 0
| | . . | . . |
| | . . | . . |\
| | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . | 8. D' : Dsys
| | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . | 10. w : World
| | . . | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . | 13. L : |R| List
| | . . | . . | 14. 0<||L||
| | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . | 16. ldr : |R|
| | . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . | 19. d : ℤ
| | . . | . . | 20. 0<d
| | . . | . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . | |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 22. i : |R|
| | . . | . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . | 24. ldr = p(i)
| | . . | . . | 25. SQType(|R|)
| | . . | . . | 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . | 27. R(ldr)
| | . . | . . | 28. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . | 29. ∀e:E.
| | . . | . . | |   kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . | 30. e : E
| | . . | . . | 31. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | 32. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . | 33. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . | 34. ∀e':E.
| | . . | . . | |   kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . | ⊢  val(e) = uid(ldr)  by HypSubst' -3 0
| | . . | . . | |
| | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
```

```
| | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . | 8. D' : Dsys
| | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . | 10. w : World
| | . . | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . | 13. L : |R| List
| | . . | . . | 14. 0<||L||
| | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . | 16. ldr : |R|
| | . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . | 19. d : ℤ
| | . . | . . | 20. 0<d
| | . . | . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . | |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 22. i : |R|
| | . . | . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . | 24. ldr = p(i)
| | . . | . . | 25. SQType(|R|)
| | . . | . . | 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . | 27. R(ldr)
| | . . | . . | 28. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . | 29. ∀e:E.
| | . . | . . | |   kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . | 30. e : E
| | . . | . . | 31. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | 32. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . | 33. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . | 34. ∀e':E.
| | . . | . . | |   kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . | ⊢  ("me" when sender(e)) = uid(ldr)
| | . . | . . | | by DVar 'ldr'
| | . . | . . | |    THEN
| | . . | . . | |    InstRealizerLemma 'Dconstant'
| | . . | . . | |    [ℤ;uid(ldr);"me";ldr]
| | . . | . . | |
| | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
```

```
| | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . | 8. D’ : Dsys
| | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
| | . . | . . | 10. w : World
| | . . | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | . . | 12. PossibleWorld(D’;w)
| | . . | . . | 13. L : |R| List
| | . . | . . | 14. 0<||L||
| | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . | 16. ldr : Id
| | . . | . . | 17. R(ldr)
| | . . | . . | 18. (ldr ∈ L)
| | . . | . . | 19. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . | 20. d : ℤ
| | . . | . . | 21. 0<d
| | . . | . . | 22. ∀i:|R|.
| | . . | . . | |   d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 23. i : |R|
| | . . | . . | 24. d(ldr;i) = d
| | . . | . . | 25. ldr = p(i)
| | . . | . . | 26. SQType(|R|)
| | . . | . . | 27. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . | 28. R(ldr)
| | . . | . . | 29. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . | 30. ∀e:E.
| | . . | . . | |   kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . | 31. e : E
| | . . | . . | 32. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | 33. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . | 34. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . | 35. ∀e’:E.
| | . . | . . | |   kind(e’) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | |   ⇒
| | . . | . . | |   kind(sender(e’)) = locl("send-me") ⇒ e’ = e
| | . . | . . | 36. ∀e@ldr.("me" when e) = uid(ldr)
| | . . | . . | ⊢  ("me" when sender(e)) = uid(ldr)
| | . . | . . | | by Unfold ‘alle-at‘ -1 THEN BackThru -1 THEN MaAuto
| | . . | . . | |
| | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . | 8. D’ : Dsys
| | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
| | . . | . . | 10. w : World
| | . . | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | . . | 12. PossibleWorld(D’;w)
```

```
| | . . | . . | 13. L : |R| List
| | . . | . . | 14. 0<||L||
| | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . | 16. ldr : Id
| | . . | . . | 17. R(ldr)
| | . . | . . | 18. (ldr ∈ L)
| | . . | . . | 19. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . | 20. d : ℤ
| | . . | . . | 21. 0<d
| | . . | . . | 22. ∀i:|R|.
| | . . | . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 23. i : |R|
| | . . | . . | 24. d(ldr;i) = d
| | . . | . . | 25. ldr = p(i)
| | . . | . . | 26. SQType(|R|)
| | . . | . . | 27. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . | 28. R(ldr)
| | . . | . . | 29. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . | 30. ∀e:E.
| | . . | . . |     kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . | 31. e : E
| | . . | . . | 32. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | 33. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . | 34. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . | 35. ∀e':E.
| | . . | . . |     kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . | 36. ∀e:E. loc(e) = ldr ⇒ ("me" when e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 37. isrcv(e)
| | . . | . . | 38. lnk(e) = out(ldr)
| | . . | . . | 39. tag(e) = "vote"
| | . . | . . | 40. loc(sender(e)) = source(out(ldr))
| | . . | . . | 41. loc(e) = destination(out(ldr))
| | . . | . . | ⊢  loc(sender(e)) = ldr
| | . . | . . |   by Assert (source(out(ldr)) = ldr)
| | . . | . . |      THEN
| | . . | . . |      AllHyps
| | . . | . . |      (λh.
| | . . | . . |       Unfold ‘ring‘ h THEN ExRepD THEN InstHyp [ldr] h
| | . . | . . |       THEN
| | . . | . . |       ExRepD)
| | . . | . . |
| | . . | . . |\
| | . . | . . | .....subterm .....
| | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
```

```
| | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . | 8. D' : Dsys
| | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . | 10. w : World
| | . . | . . | 11. p : FairFifo
| | . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . | 13. L : |R| List
| | . . | . . | 14. 0<||L||
| | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . | 16. ldr : |R|
| | . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . | 19. d : ℤ
| | . . | . . | 20. 0<d
| | . . | . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . | 22. i : |R|
| | . . | . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . | 24. ldr = p(i)
| | . . | . . | 25. SQType(|R|)
| | . . | . . | 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . | 27. R(ldr)
| | . . | . . | 28. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . | 29. ∀e:E.
| | . . | . . |     kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . | 30. e : E
| | . . | . . | 31. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . | 32. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . | 33. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . | 34. ∀e':E.
| | . . | . . |     kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . |     ⇒
| | . . | . . |     kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . | 35. E
| | . . | . . | ⊢  n(ldr) ∈ Id
| | . . | . . |   by DoSubsume THEN Analyze 0 THEN Analyze -1
| | . . | . . |
| | . . | . . .\
| | . . | . . . .....subterm .....
| | . . | . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . | . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . | . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . | . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . | . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . | . . . 8. D' : Dsys
| | . . | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . | . . . 10. w : World
```

```
| | . . | . . . 11. p : FairFifo
| | . . | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . | . . . 13. L : |R| List
| | . . | . . . 14. 0<||L||
| | . . | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . | . . . 16. ldr : |R|
| | . . | . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . | . . . 19. d : ℤ
| | . . | . . . 20. 0<d
| | . . | . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . | . . .     d(ldr;i) = d-1
| | . . | . . .     ⇒
| | . . | . . .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . | . . .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . | . . . 22. i : |R|
| | . . | . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . | . . . 24. ldr = p(i)
| | . . | . . . 25. SQType(|R|)
| | . . | . . . 26. ∀i:Id. R(i) ⇒ source(out(i)) = i
| | . . | . . . 27. R(ldr)
| | . . | . . . 28. vartype(source(out(ldr));"me") ⊆r ℤ
| | . . | . . . 29. ∀e:E.
| | . . | . . .     kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . .     ⇒
| | . . | . . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . | . . . 30. e : E
| | . . | . . . 31. kind(e) = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . . 32. val(e) = ("me" when sender(e))
| | . . | . . . 33. kind(sender(e)) = locl("send-me")
| | . . | . . . 34. ∀e':E.
| | . . | . . .     kind(e') = rcv((out(ldr)); "vote")
| | . . | . . .     ⇒
| | . . | . . .     kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e
| | . . | . . . 35. e1 : E
| | . . | . . . 36. valtype(e1) ⊆r ℤ
| | . . | . . . ⊢  val(e1) ∈ ℤ  by DoSubsume
| | . . |
| | . . .\
| | . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . 8. D' : Dsys
| | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . 10. w : World
| | . . . 11. p : FairFifo
| | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . 13. L : |R| List
| | . . . 14. 0<||L||
| | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . 16. ldr : |R|
```

```
| | . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . 19. d : ℤ
| | . . . 20. 0<d
| | . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . |   ⇒
| | . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . 22. i : |R|
| | . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . | by Inst Thm: rdist_DASH_rprev [R;in;out;ldr;i]
| | . . . |    THEN
| | . . . |    InstHyp [p(i)] -5
| | . . . |    THEN
| | . . . |    Analyze -1
| | . . . |    THEN
| | . . . |    ExRepD
| | . . . |
| | . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . 8. D' : Dsys
| | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . 10. w : World
| | . . . 11. p : FairFifo
| | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . 13. L : |R| List
| | . . . 14. 0<||L||
| | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . 16. ldr : |R|
| | . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . 19. d : ℤ
| | . . . 20. 0<d
| | . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . |   ⇒
| | . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . 22. i : |R|
| | . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . 26. e : E
| | . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
```

```
| | . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . | by Assert (uid(p(i))<uid(ldr))
| | . . . |
| | . . . |\
| | . . . | .....assertion .....
| | . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . | 10. w : World
| | . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . | 13. L : |R| List
| | . . . | 14. 0<||L||
| | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . | 19. d : ℤ
| | . . . | 20. 0<d
| | . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . | |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . | |   ⇒
| | . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . | 22. i : |R|
| | . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . | 26. e : E
| | . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . | ⊢  uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . | | by AllHyps
| | . . . | |    (λh.
| | . . . | |     Unfold `l_all` h THEN InstHyp [p(i)] h
| | . . . | |     THENA
| | . . . | |     (Auto THEN BackThruSomeHyp))
| | . . . | |
| | . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
```

```
| | . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . | 10. w : World
| | . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . | 13. L : |R| List
| | . . . | 14. 0<||L||
| | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . | 18. ∀x:|R|. (x ∈ L) ⇒ uid(x)≤uid(ldr)
| | . . . | 19. d : ℤ
| | . . . | 20. 0<d
| | . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . | |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . | |   ⇒
| | . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . | 22. i : |R|
| | . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . | 26. e : E
| | . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . | 31. uid(p(i))≤uid(ldr)
| | . . . | ⊢  uid(p(i))<uid(ldr)  by Decide (uid(p(i)) = uid(ldr))
| | . . . | |
| | . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . | 10. w : World
| | . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . | 13. L : |R| List
| | . . . | 14. 0<||L||
| | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . | 18. ∀x:|R|. (x ∈ L) ⇒ uid(x)≤uid(ldr)
| | . . . | 19. d : ℤ
| | . . . | 20. 0<d
| | . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . . |     ⇒
| | . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
```

```
| | . . . | 22. i : |R|
| | . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . | 26. e : E
| | . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . | 31. uid(p(i))≤uid(ldr)
| | . . . | 32. uid(p(i)) = uid(ldr)
| | . . . | ⊢  uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . |   by AllHyps
| | . . . |      (λh.Unfold ‘inject‘ h THEN InstHyp [ldr;p(i)] h)
| | . . . |
| | . . . .\
| | . . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . 8. D’ : Dsys
| | . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
| | . . . . 10. w : World
| | . . . . 11. p : FairFifo
| | . . . . 12. PossibleWorld(D’;w)
| | . . . . 13. L : |R| List
| | . . . . 14. 0<||L||
| | . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . 16. ldr : |R|
| | . . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . 19. d : ℤ
| | . . . . 20. 0<d
| | . . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . |   ⇒
| | . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . 22. i : |R|
| | . . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . 26. e : E
| | . . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . | by Subst’ (in(i) = out(p(i))) 0
| | . . . . |
```

```
| | . . . . |\
| | . . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . | 10. w : World
| | . . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . | 13. L : |R| List
| | . . . . | 14. 0<||L||
| | . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . | 19. d : ℤ
| | . . . . | 20. 0<d
| | . . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . . . |     ⇒
| | . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . | 22. i : |R|
| | . . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . | 26. e : E
| | . . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . | 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . | ⊢  in(i) = out(p(i))

| | . . . . |   by Unfold `rprev` 0
| | . . . . |      THEN
| | . . . . |      AllHyps
| | . . . . |      (λh.
| | . . . . |       Unfold `ring` h THEN ExRepD THEN InstHyp [i] h
| | . . . . |       THEN
| | . . . . |       ExRepD)
| | . . . . |
| | . . . . .\
| | . . . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . 8. D' : Dsys
| | . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
```

```
| | . . . . . 10. w : World
| | . . . . . 11. p : FairFifo
| | . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . 13. L : |R| List
| | . . . . . 14. 0<||L||
| | . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . 16. ldr : |R|
| | . . . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . 19. d : ℤ
| | . . . . . 20. 0<d
| | . . . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . |   ⇒
| | . . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . 22. i : |R|
| | . . . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . 26. e : E
| | . . . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . | by Assert (R(p(i)))
| | . . . . . |
| | . . . . . |\
| | . . . . . | .....assertion .....
| | . . . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . | 10. w : World
| | . . . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . | 13. L : |R| List
| | . . . . . | 14. 0<||L||
| | . . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . | 19. d : ℤ
| | . . . . . | 20. 0<d
| | . . . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . |     ⇒
```

```
| | . . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . | 22. i : |R|
| | . . . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . | 26. e : E
| | . . . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . | 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . | ⊢  R(p(i))
| | . . . . . |   by AssertBY (p(i) ∈ |R|) Auto THEN Analyze -1
| | . . . . . |      THEN
| | . . . . . |      Unhide
| | . . . . . |
| | . . . . . .\
| | . . . . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . . 8. D' : Dsys
| | . . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . 10. w : World
| | . . . . . . 11. p : FairFifo
| | . . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . 13. L : |R| List
| | . . . . . . 14. 0<||L||
| | . . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . 16. ldr : |R|
| | . . . . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . 19. d : ℤ
| | . . . . . . 20. 0<d
| | . . . . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . 22. i : |R|
| | . . . . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . 26. e : E
| | . . . . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . 32. R(p(i))
| | . . . . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
```

```
| | . . . . . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . | by DupHyp 5 THEN Unfold ‘ring‘ -1 THEN ExRepD
| | . . . . . . . |    THEN
| | . . . . . . . |    CSendRule1 (out(p(i))) rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |    "me"
| | . . . . . . . |    "vote"
| | . . . . . . . |    ℤ
| | . . . . . . . |    ℤ
| | . . . . . . . |    ℤ
| | . . . . . . . |    (λx,v. v)
| | . . . . . . . |    (λx,v. x<₂v)
| | . . . . . . . |
| | . . . . . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . . . 8. D’ : Dsys
| | . . . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
| | . . . . . . . 10. w : World
| | . . . . . . . 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . 12. PossibleWorld(D’;w)
| | . . . . . . . 13. L : |R| List
| | . . . . . . . 14. 0<||L||
| | . . . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . 19. d : ℤ
| | . . . . . . . 20. 0<d
| | . . . . . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . 22. i : |R|
| | . . . . . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . 26. e : E
| | . . . . . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . 32. R(p(i))
| | . . . . . . . 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . |   & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . |     & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . 34. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
```

```
| | . . . . . . . 35. |R|
| | . . . . . . . 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1(ℤ;
| | . . . . . . . |                                    ℤ;
| | . . . . . . . |                                    ℤ;
| | . . . . . . . |                                    "me";
| | . . . . . . . |                                    rcv
| | . . . . . . . |                                    ((in(p(i)));
| | . . . . . . . |                                     "vote");
| | . . . . . . . |                                    (out(p(i)));
| | . . . . . . . |                                    "vote";
| | . . . . . . . |                                    (λa,b.
| | . . . . . . . |                                    if a<₂b→ [b]
| | . . . . . . . |                                    else nil fi))
| | . . . . . . . |   ∈ Dsys
| | . . . . . . . 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . |   (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . |    ⇒
| | . . . . . . . |    (∃e':E.
| | . . . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |     & sender(e') = e
| | . . . . . . . |       & (∀e'':E.
| | . . . . . . . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |          ⇒
| | . . . . . . . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . |       & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . |      ⇒
| | . . . . . . . |      ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |        & sender(e') = e))
| | . . . . . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . | by InstHyp [e] -1 THEN MaAuto
| | . . . . . . . |
| | . . . . . . . |\
| | . . . . . . . | .....antecedent .....
| | . . . . . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
```

```
| | . . . . . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . | 10. w : World
| | . . . . . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . | 13. L : |R| List
| | . . . . . . . | 14. 0<||L||
| | . . . . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . | 19. d : ℤ
| | . . . . . . . | 20. 0<d
| | . . . . . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . | 22. i : |R|
| | . . . . . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . | 26. e : E
| | . . . . . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . | 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . | 32. R(p(i))
| | . . . . . . . | 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . |     & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . |       & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . |       & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . | 34. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . | 35. |R|
| | . . . . . . . | 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . |     (ℤ;
| | . . . . . . . |      ℤ;
| | . . . . . . . |      ℤ;
| | . . . . . . . |      "me";
| | . . . . . . . |      rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . |      (out(p(i)));
| | . . . . . . . |      "vote";
| | . . . . . . . |      (λa,b. if a<_2b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . |     ∈ Dsys
| | . . . . . . . | 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . | 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . |     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
```

```
| | . . . . . . . |      ⇒
| | . . . . . . . |      (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . | 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . |      kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |      ⇒
| | . . . . . . . |      (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . | 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . |      loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . |      ⇒
| | . . . . . . . |      kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |      ⇒
| | . . . . . . . |      (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . |       ⇒
| | . . . . . . . |       (∃e':E.
| | . . . . . . . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |        & sender(e') = e
| | . . . . . . . |          & (∀e'':E.
| | . . . . . . . |             kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |             ⇒
| | . . . . . . . |             sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . |          & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . |      & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . |         ⇒
| | . . . . . . . |         ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . |           kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . |           & sender(e') = e))
| | . . . . . . . | 41. isrcv(e)
| | . . . . . . . | 42. lnk(e) = in(p(i))
| | . . . . . . . | 43. tag(e) = "vote"
| | . . . . . . . | 44. loc(sender(e)) = source(in(p(i)))
| | . . . . . . . | 45. loc(e) = destination(in(p(i)))
| | . . . . . . . | ⊢  loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . |   by DupHyp 5 THEN Unfold `ring` -1 THEN ExRepD
| | . . . . . . . |      THEN
| | . . . . . . . |      InstHyp [p(i)] -3
| | . . . . . . . |      THEN
| | . . . . . . . |      ExRepD
| | . . . . . . . |
| | . . . . . . . .\
| | . . . . . . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . . . . 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . 10. w : World
| | . . . . . . . . 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . 16. ldr : |R|
```

```
| | . . . . . . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . 20. 0<d
| | . . . . . . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . 22. i : |R|
| | . . . . . . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . 26. e : E
| | . . . . . . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . 32. R(p(i))
| | . . . . . . . . 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . |   & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . |     & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . 34. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . 35. |R|
| | . . . . . . . . 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . |   (ℤ;
| | . . . . . . . . |    ℤ;
| | . . . . . . . . |    ℤ;
| | . . . . . . . . |    "me";
| | . . . . . . . . |    rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . |    (out(p(i)));
| | . . . . . . . . |    "vote";
| | . . . . . . . . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . . |   ∈ Dsys
| | . . . . . . . . 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   (("me" when e)<₂val(e)
```

```
| | . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . |     (∃e':E.
| | . . . . . . . . |      kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |      & sender(e') = e
| | . . . . . . . . |        & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . |           kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |           ⇒
| | . . . . . . . . |           sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . |        & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . |   & (¬("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . . |       ⇒
| | . . . . . . . . |       ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . |         kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |         & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . 41. ("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   (∃e':E.
| | . . . . . . . . |    kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |    & sender(e') = e
| | . . . . . . . . |      & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . |         kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |         ⇒
| | . . . . . . . . |         sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . |      & val(e') = val(e))
| | . . . . . . . . 42. ¬("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . |   ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |     & sender(e') = e)
| | . . . . . . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | by Analyze -2
| | . . . . . . . . |
| | . . . . . . . . |\
| | . . . . . . . . | .....antecedent .....
| | . . . . . . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . | 10. w : World
| | . . . . . . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . | 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . | 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . | 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . | 20. 0<d
```

```
| | . . . . . . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . | |   ⇒
| | . . . . . . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | 22. i : |R|
| | . . . . . . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . | 26. e : E
| | . . . . . . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . | 32. R(p(i))
| | . . . . . . . . | 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . | |   & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . | |     & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . | |     & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . | 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . | |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . | 35. |R|
| | . . . . . . . . | 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . | |   (ℤ;
| | . . . . . . . . | |    ℤ;
| | . . . . . . . . | |    ℤ;
| | . . . . . . . . | |    "me";
| | . . . . . . . . | |    rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . | |    (out(p(i)));
| | . . . . . . . . | |    "vote";
| | . . . . . . . . | |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . . | |   ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | |   ⇒
| | . . . . . . . . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |   ⇒
| | . . . . . . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)

| | . . . . . . . . | 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |   ⇒
| | . . . . . . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . | 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | |   ⇒
| | . . . . . . . . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |   ⇒
| | . . . . . . . . | |   (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | |    ⇒
| | . . . . . . . . | |    (∃e':E.
| | . . . . . . . . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
```

```
| | . . . . . . . . | |     & sender(e') = e
| | . . . . . . . . | |       & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . | |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |          ⇒
| | . . . . . . . . | |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . | |       & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . | |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | |      ⇒
| | . . . . . . . . | |      ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |        & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . | 41. ¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | |   ⇒
| | . . . . . . . . | |   ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |     & sender(e') = e)
| | . . . . . . . . | ⊢  ("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | | by RW assert_pushdownC 0 THEN MaAuto
| | . . . . . . . . | |
| | . . . . . . . . | |\
| | . . . . . . . . | | .....wf .....
| | . . . . . . . . | | 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . | | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . | | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | | 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
| | . . . . . . . . | |    ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | | 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . | | 10. w : World
| | . . . . . . . . | | 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . | | 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . | | 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . | | 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . | | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . | | 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . | | 20. 0<d
| | . . . . . . . . | | 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | |     d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . | |     ⇒
| | . . . . . . . . | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | | 22. i : |R|
| | . . . . . . . . | | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . | | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . | | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . | | 26. e : E
| | . . . . . . . . | | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . | | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
```

```
| | . . . . . . . . | | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | | 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . | | 32. R(p(i))
| | . . . . . . . . | | 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . | |     & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . | |       & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . | |       & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . | |       & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . | | 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . | |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . | | 35. |R|
| | . . . . . . . . | | 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . | |     (ℤ;
| | . . . . . . . . | |      ℤ;
| | . . . . . . . . | |      ℤ;
| | . . . . . . . . | |      "me";
| | . . . . . . . . | |      rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . | |      (out(p(i)));
| | . . . . . . . . | |      "vote";
| | . . . . . . . . | |      (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . . | |     ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | | 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | | 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | |     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | |     ⇒
| | . . . . . . . . | |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |     ⇒
| | . . . . . . . . | |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . | | 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |     ⇒
| | . . . . . . . . | |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . | | 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | |     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | |     ⇒
| | . . . . . . . . | |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |     ⇒
| | . . . . . . . . | |     (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | |      ⇒
| | . . . . . . . . | |      (∃e':E.
| | . . . . . . . . | |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |       & sender(e') = e
| | . . . . . . . . | |         & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . | |            kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |            ⇒
| | . . . . . . . . | |            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . | |         & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . | |     & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | |        ⇒
| | . . . . . . . . | |        ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | |          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |          & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . | | 41. ¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | |     ⇒
```

```
| | . . . . . . . . | |     ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | |       & sender(e') = e)
| | . . . . . . . . | | 42. isrcv(e)
| | . . . . . . . . | | 43. lnk(e) = in(p(i))
| | . . . . . . . . | | 44. tag(e) = "vote"
| | . . . . . . . . | | 45. loc(sender(e)) = source(in(p(i)))
| | . . . . . . . . | | 46. loc(e) = destination(in(p(i)))
| | . . . . . . . . | | ⊢  loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | |   by DupHyp 5 THEN Unfold `ring` -1 THEN ExRepD
| | . . . . . . . . | |      THEN
| | . . . . . . . . | |      InstHyp [p(i)] -3
| | . . . . . . . . | |      THEN
| | . . . . . . . . | |      ExRepD
| | . . . . . . . . | |      THEN
| | . . . . . . . . | |      MaAuto
| | . . . . . . . . | |
| | . . . . . . . . | .\
| | . . . . . . . . | . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . | . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . | . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
| | . . . . . . . . | . |  ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | . 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . | . 10. w : World
| | . . . . . . . . | . 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . | . 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . | . 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . | . 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . | . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . | . 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . | . 20. 0<d
| | . . . . . . . . | . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . | . |   ⇒
| | . . . . . . . . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . 22. i : |R|
| | . . . . . . . . | . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . | . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . | . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . | . 26. e : E
| | . . . . . . . . | . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . | . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . 32. R(p(i))
```

```
| | . . . . . . . . | . 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . | . |   & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . | . |     & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . | . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . | . |     & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . | . 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . | . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . | . 35. |R|
| | . . . . . . . . | . 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . | . |   (ℤ;
| | . . . . . . . . | . |    ℤ;
| | . . . . . . . . | . |    ℤ;
| | . . . . . . . . | . |    "me";
| | . . . . . . . . | . |    rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . | . |    (out(p(i)));
| | . . . . . . . . | . |    "vote";
| | . . . . . . . . | . |    (λa,b. if a<2b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . . | . |   ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | . 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | . 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | . |   loc(e) = source(out(p(i)))

| | . . . . . . . . | . |   ⇒
| | . . . . . . . . | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . |   ⇒
| | . . . . . . . . | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . | . 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . |   ⇒
| | . . . . . . . . | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . | . 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | . |   ⇒
| | . . . . . . . . | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . |   ⇒
| | . . . . . . . . | . |   (("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . . | . |    ⇒
| | . . . . . . . . | . |    (∃e':E.
| | . . . . . . . . | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . |     & sender(e') = e
| | . . . . . . . . | . |       & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . | . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . |          ⇒
| | . . . . . . . . | . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . | . |       & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . | . |   & (¬("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . . | . |      ⇒
| | . . . . . . . . | . |      ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . |        & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . | . 41. ¬("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . . | . |   ⇒
| | . . . . . . . . | . |   ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . |     & sender(e') = e)
```

```
| | . . . . . . . . | . ⊢  ("me" when e)<val(e)
| | . . . . . . . . | . | by Subst' (("me" when e) = uid(p(i))) 0
| | . . . . . . . . | . |    THEN
| | . . . . . . . . | . |    MaAuto
| | . . . . . . . . | . |
| | . . . . . . . . | . |\
| | . . . . . . . . | . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . | . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . | . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
| | . . . . . . . . | . |    ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | . | 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . | . | 10. w : World
| | . . . . . . . . | . | 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . | . | 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . | . | 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . | . | 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . | . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . | . | 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . | . | 20. 0<d
| | . . . . . . . . | . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . | . |     ⇒
| | . . . . . . . . | . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . | . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . | 22. i : |R|
| | . . . . . . . . | . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . | . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . | . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . | . | 26. e : E
| | . . . . . . . . | . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . | . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . | 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . | 32. R(p(i))
| | . . . . . . . . | . | 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . | . |     & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . | . |       & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . | . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . | . |       & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . | . | 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . | . |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . | . | 35. |R|
| | . . . . . . . . | . | 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . | . |     (ℤ;
| | . . . . . . . . | . |      ℤ;
```

```
| | . . . . . . . | . |      ℤ;
| | . . . . . . . | . |      "me";
| | . . . . . . . | . |      rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . | . |      (out(p(i)));
| | . . . . . . . | . |      "vote";
| | . . . . . . . | . |      (λa,b. if a<2b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . | . |     ∈ Dsys
| | . . . . . . . | . | 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . | . | 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . | . |     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . | . |     ⇒
| | . . . . . . . | . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | . |     ⇒
| | . . . . . . . | . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . | . | 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . | . |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | . |     ⇒
| | . . . . . . . | . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . | . | 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . | . |     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . | . |     ⇒
| | . . . . . . . | . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | . |     ⇒
| | . . . . . . . | . |     (("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . | . |      ⇒
| | . . . . . . . | . |      (∃e':E.
| | . . . . . . . | . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | . |       & sender(e') = e
| | . . . . . . . | . |         & (∀e'':E.
| | . . . . . . . | . |            kind(e'')
| | . . . . . . . | . |            =
| | . . . . . . . | . |            rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | . |            ⇒
| | . . . . . . . | . |            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . | . |         & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . | . |     & (¬("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . | . |        ⇒
| | . . . . . . . | . |        ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . | . |          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | . |          & sender(e') = e))
| | . . . . . . . | . | 41. ¬("me" when e)<2val(e)
| | . . . . . . . | . |     ⇒
| | . . . . . . . | . |     ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . | . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . | . |       & sender(e') = e)
| | . . . . . . . | . | 42. isrcv(e)
| | . . . . . . . | . | 43. lnk(e) = in(p(i))
| | . . . . . . . | . | 44. tag(e) = "vote"
| | . . . . . . . | . | 45. loc(sender(e)) = source(in(p(i)))
| | . . . . . . . | . | 46. loc(e) = destination(in(p(i)))
| | . . . . . . . | . | ⊢  loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . | . |   by DupHyp 5 THEN Unfold `ring` -1
| | . . . . . . . | . |      THEN
| | . . . . . . . | . |      ExRepD
| | . . . . . . . | . |      THEN
```

```
| | . . . . . . . . | . |      InstHyp [p(i)] -3
| | . . . . . . . . | . |      THEN
| | . . . . . . . . | . |      ExRepD
| | . . . . . . . . | . |      THEN
| | . . . . . . . . | . |      MaAuto
| | . . . . . . . . | . |
| | . . . . . . . . | . .\
| | . . . . . . . . | . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . | . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
| | . . . . . . . . | . .    ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | . . 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . | . . 10. w : World
| | . . . . . . . . | . . 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . | . . 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . | . . 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . | . . 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . | . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . | . . 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . | . . 20. 0<d
| | . . . . . . . . | . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | . .     d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . | . .     ⇒
| | . . . . . . . . | . .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . | . .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . . 22. i : |R|
| | . . . . . . . . | . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . | . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . | . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . | . . 26. e : E
| | . . . . . . . . | . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . | . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . | . . 32. R(p(i))
| | . . . . . . . . | . . 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . | . .     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . | . .     & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . | . .       & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . | . .       & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . | . .       & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . | . . 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . | . .     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . | . . 35. |R|
| | . . . . . . . . | . . 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . | . .     (ℤ;
```

```
| | . . . . . . . . | . .      ℤ;
| | . . . . . . . . | . .      ℤ;

| | . . . . . . . . | . .      "me";
| | . . . . . . . . | . .      rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . | . .      (out(p(i)));
| | . . . . . . . . | . .      "vote";
| | . . . . . . . . | . .      (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . . | . .     ∈ Dsys
| | . . . . . . . . | . . 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . | . . 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | . .     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | . .     ⇒
| | . . . . . . . . | . .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . .     ⇒
| | . . . . . . . . | . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . | . . 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | . .     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . .     ⇒
| | . . . . . . . . | . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . | . . 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . | . .     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . | . .     ⇒
| | . . . . . . . . | . .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . .     ⇒
| | . . . . . . . . | . .     (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | . .      ⇒
| | . . . . . . . . | . .      (∃e':E.
| | . . . . . . . . | . .       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . .       & sender(e') = e
| | . . . . . . . . | . .         & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . | . .             kind(e'')
| | . . . . . . . . | . .             =
| | . . . . . . . . | . .             rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . .             ⇒
| | . . . . . . . . | . .             sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . | . .         & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . | . .     & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | . .        ⇒
| | . . . . . . . . | . .        ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | . .          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . .          & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . | . . 41. ¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . | . .     ⇒
| | . . . . . . . . | . .     ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . | . .       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . | . .       & sender(e') = e)
| | . . . . . . . . | . . ⊢  ("me" when e) = uid(p(i))
| | . . . . . . . . | . .   by InstRealizerLemma `Dconstant`
| | . . . . . . . . | . .      [ℤ;uid(p(i));"me";p(i)]
| | . . . . . . . . | . .      THEN
| | . . . . . . . . | . .      Unfold `alle-at` -1
| | . . . . . . . . | . .      THEN
| | . . . . . . . . | . .      BackThru -1
| | . . . . . . . . | . .      THEN
| | . . . . . . . . | . .      MaAuto
```

```
| | . . . . . . . . |
| | . . . . . . . . .\
| | . . . . . . . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| | . . . . . . . . . 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . . 10. w : World
| | . . . . . . . . . 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . . 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . . 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . . 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . . 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . . 20. 0<d
| | . . . . . . . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . . 22. i : |R|
| | . . . . . . . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . . 26. e : E
| | . . . . . . . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . . 32. R(p(i))
| | . . . . . . . . . 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . . |   & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . . |     & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . . 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . . 35. |R|
| | . . . . . . . . . 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . . |   (ℤ;
| | . . . . . . . . . |    ℤ;
| | . . . . . . . . . |    ℤ;
| | . . . . . . . . . |    "me";
| | . . . . . . . . . |    rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . . |    (out(p(i)));
| | . . . . . . . . . |    "vote";
```

```
| | . . . . . . . . . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . . . |   ∈ Dsys
| | . . . . . . . . . 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . . 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . . 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . . 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . . |   (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . |    ⇒
| | . . . . . . . . . |    (∃e':E.
| | . . . . . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |     & sender(e') = e
| | . . . . . . . . . |       & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |          ⇒
| | . . . . . . . . . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . . |       & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . . |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . |      ⇒
| | . . . . . . . . . |      ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |        & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . . 41. ¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . |   ⇒
| | . . . . . . . . . |   ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |     & sender(e') = e)
| | . . . . . . . . . 42. ∃e':E.
| | . . . . . . . . . |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |   & sender(e') = e
| | . . . . . . . . . |     & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . . |        kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |        ⇒
| | . . . . . . . . . |        sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . . |     & val(e') = val(e)
| | . . . . . . . . . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . . | by Unfold `existse-at` 0 THEN ParallelOp -1
| | . . . . . . . . . |    THEN
| | . . . . . . . . . |    ExRepD
| | . . . . . . . . . |    THEN
| | . . . . . . . . . |    MaAuto
| | . . . . . . . . . |
| | . . . . . . . . . |\
```

```
| | . . . . . . . . . | 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . . | 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
| | . . . . . . . . . |    ∈ Dsys
| | . . . . . . . . . | 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . . | 10. w : World
| | . . . . . . . . . | 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . . | 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . . | 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . . | 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . . | 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . . | 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . . | 20. 0<d
| | . . . . . . . . . | 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . . |     d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . . | 22. i : |R|
| | . . . . . . . . . | 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . . | 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . . | 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . . | 26. e : E
| | . . . . . . . . . | 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . . | 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . . | 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . . | 32. R(p(i))

| | . . . . . . . . . | 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . . |     & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . . |       & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
| | . . . . . . . . . |       & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . . | 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . . |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . . | 35. |R|
| | . . . . . . . . . | 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . . |     (ℤ;
| | . . . . . . . . . |      ℤ;
| | . . . . . . . . . |      ℤ;
| | . . . . . . . . . |      "me";
| | . . . . . . . . . |      rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . . |      (out(p(i)));
| | . . . . . . . . . |      "vote";
| | . . . . . . . . . |      (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
```

```
| | . . . . . . . . . |     ∈ Dsys
| | . . . . . . . . . | 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . . | 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . |     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . . | 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . . | 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . |     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . |      ⇒
| | . . . . . . . . . |      (∃e':E.
| | . . . . . . . . . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |       & sender(e') = e
| | . . . . . . . . . |         & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . . |            kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |            ⇒
| | . . . . . . . . . |            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . . |         & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . . |     & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . |        ⇒
| | . . . . . . . . . |        ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . . |          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |          & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . . | 41. ¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |       & sender(e') = e)
| | . . . . . . . . . | 42. e' : E
| | . . . . . . . . . | 43. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . | 44. sender(e') = e
| | . . . . . . . . . | 45. ∀e'':E.
| | . . . . . . . . . |     kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . |     ⇒
| | . . . . . . . . . |     sender(e'') = e ⇒ e'' = e'
| | . . . . . . . . . | 46. val(e') = val(e)
| | . . . . . . . . . | 47. isrcv(e')
| | . . . . . . . . . | 48. lnk(e') = out(p(i))
| | . . . . . . . . . | 49. tag(e') = "vote"
| | . . . . . . . . . | 50. loc(sender(e')) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . . | 51. isrcv(e)
| | . . . . . . . . . | 52. lnk(e) = in(p(i))
| | . . . . . . . . . | 53. tag(e) = "vote"
| | . . . . . . . . . | 54. loc(sender(e)) = source(in(p(i)))
| | . . . . . . . . . | 55. loc(sender(e')) = loc(e)
| | . . . . . . . . . | 56. loc(e') = destination(out(p(i)))
```

```
| | . . . . . . . . . | 57. loc(e) = destination(in(p(i)))
| | . . . . . . . . . | ⊢  loc(e') = i
| | . . . . . . . . . |   by Inst
| | . . . . . . . . . |      Thm* ∀R:(Id→𝔹), in,out:(|R|→IdLnk),
| | . . . . . . . . . |             j:|R|. ring(R;in;out) ⇒ n(p(j)) = j
| | . . . . . . . . . |      {rnext_DASH_rprev}
| | . . . . . . . . . |      [R;in;out;i]
| | . . . . . . . . . |      THEN
| | . . . . . . . . . |      Unfold `rnext` -1
| | . . . . . . . . . |      THEN
| | . . . . . . . . . |      Analyze -1
| | . . . . . . . . . |
| | . . . . . . . . . .\
| | . . . . . . . . . . 1. R : Id→𝔹
| | . . . . . . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
| | . . . . . . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
| | . . . . . . . . . . 5. ring(R;in;out)
| | . . . . . . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| | . . . . . . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
| | . . . . . . . . .      ∈ Dsys
| | . . . . . . . . . . 8. D' : Dsys
| | . . . . . . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| | . . . . . . . . . . 10. w : World
| | . . . . . . . . . . 11. p : FairFifo
| | . . . . . . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
| | . . . . . . . . . . 13. L : |R| List
| | . . . . . . . . . . 14. 0<||L||
| | . . . . . . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| | . . . . . . . . . . 16. ldr : |R|
| | . . . . . . . . . . 17. (ldr ∈ L)
| | . . . . . . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| | . . . . . . . . . . 19. d : ℤ
| | . . . . . . . . . . 20. 0<d
| | . . . . . . . . . . 21. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . .       d(ldr;i) = d-1
| | . . . . . . . . .       ⇒
| | . . . . . . . . .       ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| | . . . . . . . . .       & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . . . 22. i : |R|
| | . . . . . . . . . . 23. d(ldr;i) = d
| | . . . . . . . . . . 24. ¬ldr = p(i)
| | . . . . . . . . . . 25. d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
| | . . . . . . . . . . 26. e : E
| | . . . . . . . . . . 27. loc(e) = p(i)
| | . . . . . . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . . . 30. val(e) = uid(ldr)
| | . . . . . . . . . . 31. uid(p(i))<uid(ldr)
| | . . . . . . . . . . 32. R(p(i))
| | . . . . . . . . . . 33. ∀i:|R|.
| | . . . . . . . . .       R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
| | . . . . . . . . .       & source(out(i)) = i
| | . . . . . . . . .         & destination(in(i)) = i
| | . . . . . . . . .         & in(destination(out(i))) = out(i)
```

```
| | . . . . . . . . . .       & out(source(in(i))) = in(i)
| | . . . . . . . . . . . 34. ∀i,j:|R|.
| | . . . . . . . . . .     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
| | . . . . . . . . . . . 35. |R|
| | . . . . . . . . . . . 36. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
| | . . . . . . . . . .     (ℤ;
| | . . . . . . . . . .      ℤ;
| | . . . . . . . . . .      ℤ;
| | . . . . . . . . . .      "me";
| | . . . . . . . . . .      rcv((in(p(i))); "vote");
| | . . . . . . . . . .      (out(p(i)));
| | . . . . . . . . . .      "vote";
| | . . . . . . . . . .      (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
| | . . . . . . . . . .     ∈ Dsys
| | . . . . . . . . . . . 37. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
| | . . . . . . . . . . . 38. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . .     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . . .     ⇒
| | . . . . . . . . . .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . .     ⇒
| | . . . . . . . . . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . . . . 39. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . .     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . .     ⇒
| | . . . . . . . . . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
| | . . . . . . . . . . . 40. ∀e:E.
| | . . . . . . . . . .     loc(e) = source(out(p(i)))
| | . . . . . . . . . .     ⇒
| | . . . . . . . . . .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . .     ⇒
| | . . . . . . . . . .     (("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . .      ⇒
| | . . . . . . . . . .      (∃e':E.
| | . . . . . . . . . .       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . .       & sender(e') = e
| | . . . . . . . . . .         & (∀e'':E.
| | . . . . . . . . . .            kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . .            ⇒
| | . . . . . . . . . .            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
| | . . . . . . . . . .         & val(e') = val(e)))
| | . . . . . . . . . .     & (¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . .        ⇒
| | . . . . . . . . . .        ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . . .          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . .          & sender(e') = e))
| | . . . . . . . . . . . 41. ¬("me" when e)<₂val(e)
| | . . . . . . . . . .     ⇒
| | . . . . . . . . . .     ¬(∃e':E.
| | . . . . . . . . . .       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . .       & sender(e') = e)
| | . . . . . . . . . . . 42. e' : E
| | . . . . . . . . . . . 43. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
| | . . . . . . . . . . . 44. sender(e') = e
| | . . . . . . . . . . . 45. ∀e'':E.
| | . . . . . . . . . .     kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
```

```
| | . . . . . . . . . .     ⇒
| | . . . . . . . . . .     sender(e'') = e ⇒ e'' = e'
| | . . . . . . . . . . 46. val(e') = val(e)
| | . . . . . . . . . . ⊢  valtype(e') ⊆r ℤ  by BackThruSomeHyp
| |
| .\
| . 1. R : Id→𝔹
| . 2. uid : |R|→ℕ
| . 3. out : |R|→IdLnk
| . 4. in : |R|→IdLnk
| . 5. ring(R;in;out)
| . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
| . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
| . 8. D' : Dsys
| . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
| . 10. w : World
| . 11. p : FairFifo
| . 12. PossibleWorld(D';w)
| . 13. L : |R| List
| . 14. 0<||L||
| . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
| . 16. ldr : |R|
| . 17. (ldr ∈ L)
| . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
| . 19. ∀d:ℕ, i:|R|.
| .     d(ldr;i) = d
| .     ⇒
| .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| . ⊢  ∀i:|R|.
| .    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
| .    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
| .   by Analyze 0 THEN InstHyp [d(ldr;i);i] -2
|
.\
. 1. R : Id→𝔹
. 2. uid : |R|→ℕ
. 3. out : |R|→IdLnk
. 4. in : |R|→IdLnk
. 5. ring(R;in;out)
. 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. 8. D' : Dsys
. 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. 10. w : World
. 11. p : FairFifo
. 12. PossibleWorld(D';w)
. 13. L : |R| List
. 14. 0<||L||
. 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. 16. ldr : |R|
. 17. (ldr ∈ L)
. 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. 19. ∀i:|R|.
. |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
```

```
. |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. ⊢  ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")
. |  & (∀i:|R|. ∀e@i.kind(e) = locl("leader") ⇒ i = ldr)
. | by Analyze 0
. |
. |\
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D' : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D';w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : |R|
. | 17. (ldr ∈ L)
. | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 19. ∀i:|R|.
. | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | ⊢  ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")
. | | by InstHyp [ldr] -1 THEN Unfold `existse-at` -1 THEN ExRepD
. | |
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D' : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D';w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : |R|
. | 17. (ldr ∈ L)
. | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 19. ∀i:|R|.
. | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | 20. e : E
. | 21. loc(e) = ldr
. | 22. kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | 23. valtype(e) ⊆r ℤ
```

```
. | 24. val(e) = uid(ldr)
. | ⊢  ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")
. | | by AssertBY (R(ldr)) (DVar ‘ldr’ THEN Unhide)
. | |    THEN
. | |    InstRealizerLemma ‘trigger1‘
. | |    [ℤ;ℤ;λx,y. x=₂y;ldr;rcv((in(ldr)); "vote");"leader";"me"]
. | |
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D’ : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D’;w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : |R|
. | 17. (ldr ∈ L)
. | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 19. ∀i:|R|.
. | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | 20. e : E
. | 21. loc(e) = ldr
. | 22. kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | 23. valtype(e) ⊆r ℤ
. | 24. val(e) = uid(ldr)
. | 25. R(ldr)
. | 26. (vartype(ldr;"me") ⊆r ℤ)
. | |   & ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote") ⇒ (valtype(e) ⊆r ℤ)
. | |   & ∀e’@ldr.kind(e’) = locl("leader")
. | |             ⇒
. | |     (∃e:E.
. | |      (e <loc e’)
. | |      & kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |      & (λx,y. x=₂y)(("me" when e),val(e)))
. | |   & ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |            ⇒
. | |     (λx,y. x=₂y)(("me" when e),val(e))
. | |     ⇒
. | |     ∃e’@ldr.kind(e’) = locl("leader")
. | ⊢  ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")  by Reduce -1 THEN ExRepD
. | |
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
```

```
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D' : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D';w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : |R|
. | 17. (ldr ∈ L)
. | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 19. ∀i:|R|.
. | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | 20. e : E
. | 21. loc(e) = ldr
. | 22. kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | 23. valtype(e) ⊆r ℤ
. | 24. val(e) = uid(ldr)
. | 25. R(ldr)
. | 26. vartype(ldr;"me") ⊆r ℤ
. | 27. ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote") ⇒ (valtype(e) ⊆r ℤ)
. | 28. ∀e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | |          ⇒
. | |   (∃e:E.
. | |    (e <loc e')
. | |    & kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |    & ("me" when e)=₂val(e))
. | 29. ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |          ⇒
. | |   ("me" when e)=₂val(e) ⇒ ∃e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | ⊢  ∃e@ldr.kind(e) = locl("leader")
. | | by Unfold `alle-at` -1 THEN InstHyp [e] -1
. | |
. | .....antecedent .....
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D' : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D';w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : |R|
. | 17. (ldr ∈ L)
. | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 19. ∀i:|R|.
```

```
. | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | 20. e : E
. | 21. loc(e) = ldr
. | 22. kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | 23. valtype(e) ⊆r ℤ
. | 24. val(e) = uid(ldr)
. | 25. R(ldr)
. | 26. vartype(ldr;"me") ⊆r ℤ
. | 27. ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote") ⇒ (valtype(e) ⊆r ℤ)
. | 28. ∀e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | |           ⇒
. | |   (∃e:E.
. | |    (e <loc e')
. | |    & kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |    & ("me" when e)=2val(e))
. | 29. ∀e:E.
. | |   loc(e) = ldr
. | |   ⇒
. | |   kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |   ⇒
. | |   ("me" when e)=2val(e) ⇒ ∃e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | ⊢  ("me" when e)=2val(e)  by RW assert_pushdownC 0 THEN MaAuto
. | |
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D' : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D';w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : |R|
. | 17. (ldr ∈ L)
. | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 19. ∀i:|R|.
. | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | 20. e : E
. | 21. loc(e) = ldr
. | 22. kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | 23. valtype(e) ⊆r ℤ
. | 24. val(e) = uid(ldr)
. | 25. R(ldr)
. | 26. vartype(ldr;"me") ⊆r ℤ
. | 27. ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote") ⇒ (valtype(e) ⊆r ℤ)
. | 28. ∀e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | |           ⇒
```

```
. | |   (∃e:E.
. | |    (e <loc e')
. | |    & kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |    & ("me" when e)=₂val(e))
. | 29. ∀e:E.
. | |   loc(e) = ldr
. | |   ⇒
. | |   kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |   ⇒
. | |   ("me" when e)=₂val(e) ⇒ ∃e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | ⊢  ("me" when e) = val(e)  by HypSubst' -6 0
. | |
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D' : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D';w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : |R|
. | 17. (ldr ∈ L)
. | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 19. ∀i:|R|.
. | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | 20. e : E
. | 21. loc(e) = ldr
. | 22. kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | 23. valtype(e) ⊆r ℤ
. | 24. val(e) = uid(ldr)
. | 25. R(ldr)
. | 26. vartype(ldr;"me") ⊆r ℤ
. | 27. ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote") ⇒ (valtype(e) ⊆r ℤ)
. | 28. ∀e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | |          ⇒
. | |   (∃e:E.
. | |    (e <loc e')
. | |    & kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |    & ("me" when e)=₂val(e))
. | 29. ∀e:E.
. | |   loc(e) = ldr
. | |   ⇒
. | |   kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | |   ⇒
. | |   ("me" when e)=₂val(e) ⇒ ∃e'@ldr.kind(e') = locl("leader")
. | ⊢  ("me" when e) = uid(ldr)
. | | by DVar `ldr'
```

```
. | |    THEN
. | |    InstRealizerLemma ‘Dconstant‘ [ℤ;uid(ldr);"me";ldr]
. | |
. | 1. R : Id→𝔹
. | 2. uid : |R|→ℕ
. | 3. out : |R|→IdLnk
. | 4. in : |R|→IdLnk
. | 5. ring(R;in;out)
. | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. | 8. D’ : Dsys
. | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. | 10. w : World
. | 11. p : FairFifo
. | 12. PossibleWorld(D’;w)
. | 13. L : |R| List
. | 14. 0<||L||
. | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. | 16. ldr : Id
. | 17. R(ldr)
. | 18. (ldr ∈ L)
. | 19. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. | 20. ∀i:|R|.
. |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. | 21. e : E
. | 22. loc(e) = ldr
. | 23. kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. | 24. valtype(e) ⊆r ℤ
. | 25. val(e) = uid(ldr)
. | 26. R(ldr)
. | 27. vartype(ldr;"me") ⊆r ℤ
. | 28. ∀e@ldr.kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote") ⇒ (valtype(e) ⊆r ℤ)
. | 29. ∀e’@ldr.kind(e’) = locl("leader")
. |             ⇒
. |     (∃e:E.
. |      (e <loc e’)
. |      & kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. |      & ("me" when e)=₂val(e))
. | 30. ∀e:E.
. |     loc(e) = ldr
. |     ⇒
. |     kind(e) = rcv((in(ldr)); "vote")
. |     ⇒
. |     ("me" when e)=₂val(e) ⇒ ∃e’@ldr.kind(e’) = locl("leader")
. | 31. ∀e@ldr.("me" when e) = uid(ldr)
. | ⊢  ("me" when e) = uid(ldr)
. |   by Unfold ‘alle-at‘ -1 THEN BackThru -1 THEN MaAuto
. |
. .\
. . 1. R : Id→𝔹
. . 2. uid : |R|→ℕ
. . 3. out : |R|→IdLnk
. . 4. in : |R|→IdLnk
. . 5. ring(R;in;out)
```

```
. . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . 8. D' : Dsys
. . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . 10. w : World
. . 11. p : FairFifo
. . 12. PossibleWorld(D';w)
. . 13. L : |R| List
. . 14. 0<||L||
. . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . 16. ldr : |R|
. . 17. (ldr ∈ L)
. . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . 19. ∀i:|R|.
. . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . ⊢  ∀i:|R|. ∀e@i.kind(e) = locl("leader") ⇒ i = ldr
. . | by Assert
. . |    (∀d:ℕ, i:|R|.
. . |     d(ldr;i) = d
. . |     ⇒
. . |     (∀j:|R|.
. . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . |      ⇒
. . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d))
. . |
. . |\
. . | .....assertion .....
. . | 1. R : Id→𝔹
. . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | 5. ring(R;in;out)
. . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | 8. D' : Dsys
. . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | 10. w : World
. . | 11. p : FairFifo
. . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | 13. L : |R| List
. . | 14. 0<||L||
. . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | 16. ldr : |R|
. . | 17. (ldr ∈ L)
. . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | 19. ∀i:|R|.
. . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | ⊢  ∀d:ℕ, i:|R|.
. . | |  d(ldr;i) = d
. . | |  ⇒
. . | |  (∀j:|R|.
. . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
```

```
. . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | |   ⇒
. . | |   ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)  by InductionOnNat
. . | |
. . | |\
. . | | .....basecase .....
. . | | 1. R : Id→𝔹
. . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | | 5. ring(R;in;out)
. . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | | 8. D' : Dsys
. . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | | 10. w : World
. . | | 11. p : FairFifo
. . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | | 13. L : |R| List
. . | | 14. 0<||L||
. . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | | 16. ldr : |R|
. . | | 17. (ldr ∈ L)
. . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | | 19. ∀i:|R|.
. . | | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | | ⊢  ∀i:|R|.
. . | | |  d(ldr;i) = 0
. . | | |  ⇒
. . | | |  (∀j:|R|.
. . | | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | | |   ⇒
. . | | |   ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<0)  by RepeatFor 2 (Analyze 0)
. . | | |
. . | | 1. R : Id→𝔹
. . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | | 5. ring(R;in;out)
. . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | | 8. D' : Dsys
. . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | | 10. w : World
. . | | 11. p : FairFifo
. . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | | 13. L : |R| List
. . | | 14. 0<||L||
. . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | | 16. ldr : |R|
. . | | 17. (ldr ∈ L)
. . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | | 19. ∀i:|R|.
```

```
. . | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | | 20. i : |R|
. . | | 21. d(ldr;i) = 0
. . | | ⊢  ∀j:|R|.
. . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | |    ⇒
. . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<0  by Auto THEN MaAuto
. . | |
. . | .\
. . | . .....upcase .....
. . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . 8. D' : Dsys
. . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . 10. w : World
. . | . 11. p : FairFifo
. . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . 13. L : |R| List
. . | . 14. 0<||L||
. . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . 16. ldr : |R|
. . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . 20. d : ℤ
. . | . 21. 0<d
. . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . |   ⇒
. . | . |   (∀j:|R|.
. . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . |    ⇒
. . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . ⊢  ∀i:|R|.
. . | . |  d(ldr;i) = d
. . | . |  ⇒
. . | . |  (∀j:|R|.
. . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . |   ⇒
. . | . |   ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . | . | by MaAuto THEN Try (DVar 'i' THEN Complete Auto)
. . | . |    THEN
. . | . |    Try (DVar 'ldr' THEN Complete Auto)
. . | . |
```

```
. . | . .....upcase .....
. . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . 8. D' : Dsys
. . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . 10. w : World
. . | . 11. p : FairFifo
. . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . 13. L : |R| List
. . | . 14. 0<||L||
. . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . 16. ldr : |R|
. . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . 20. d : ℤ
. . | . 21. 0<d
. . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . |   ⇒
. . | . |   (∀j:|R|.
. . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . |    ⇒
. . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . 23. i : |R|
. . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . 25. j : |R|
. . | . 26. ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . 27. ¬j = ldr
. . | . ⊢  d(ldr;j)<d  by Unfold `existse-at` -2 THEN ExRepD
. . | . |
. . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . 8. D' : Dsys
. . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . 10. w : World
. . | . 11. p : FairFifo
. . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . 13. L : |R| List
. . | . 14. 0<||L||
. . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
```

```
. . | . 16. ldr : |R|
. . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . 20. d : ℤ
. . | . 21. 0<d
. . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . |   ⇒
. . | . |   (∀j:|R|.
. . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . |    ⇒
. . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . 23. i : |R|
. . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . 25. j : |R|
. . | . 26. e : E
. . | . 27. loc(e) = i
. . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . 31. ¬j = ldr
. . | . ⊢  d(ldr;j)<d
. . | . | by Assert
. . | . |    (kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . |     ∨ kind(sender(e)) = locl("send-me"))
. . | . |
. . | . |\
. . | . | .....assertion .....
. . | . | 1. R : Id→𝔹
. . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . | 5. ring(R;in;out)
. . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . | 8. D' : Dsys
. . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . | 10. w : World
. . | . | 11. p : FairFifo
. . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . | 13. L : |R| List
. . | . | 14. 0<||L||
. . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . | 16. ldr : |R|
. . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . | 19. ∀i:|R|.
. . | . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . | 20. d : ℤ
. . | . | 21. 0<d
```

```
. . | . | 22. ∀i:|R|.
. . | . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . | |   ⇒
. . | . | |   (∀j:|R|.
. . | . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . | |    ⇒
. . | . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . | 23. i : |R|
. . | . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . | 25. j : |R|
. . | . | 26. e : E
. . | . | 27. loc(e) = i
. . | . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . | 31. ¬j = ldr
. . | . | ⊢  kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . | |  ∨ kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . | | by Assert (loc(sender(e)) = p(i))
. . | . | |
. . | . | |\
. . | . | | .....assertion .....
. . | . | | 1. R : Id→𝔹
. . | . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . | | 5. ring(R;in;out)
. . | . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . | | 8. D' : Dsys
. . | . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . | | 10. w : World
. . | . | | 11. p : FairFifo
. . | . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . | | 13. L : |R| List
. . | . | | 14. 0<||L||
. . | . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . | | 16. ldr : |R|
. . | . | | 17. (ldr ∈ L)
. . | . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . | | 19. ∀i:|R|.
. . | . | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . | | 20. d : ℤ
. . | . | | 21. 0<d
. . | . | | 22. ∀i:|R|.
. . | . | |     d(ldr;i) = d-1
. . | . | |     ⇒
. . | . | |     (∀j:|R|.
. . | . | |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . | |      ⇒
. . | . | |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . | | 23. i : |R|
```

```
. . | . | | 24. d(ldr;i) = d
. . | . | | 25. j : |R|
. . | . | | 26. e : E
. . | . | | 27. loc(e) = i
. . | . | | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . | | 30. val(e) = uid(j)
. . | . | | 31. ¬j = ldr
. . | . | | ⊢  loc(sender(e)) = p(i)
. . | . | |   by MaAuto THEN DupHyp 5 THEN Unfold ‘ring‘ -1
. . | . | |      THEN
. . | . | |      ExRepD
. . | . | |      THEN
. . | . | |      InstHyp [i] -3
. . | . | |      THEN
. . | . | |      ExRepD
. . | . | |      THEN
. . | . | |      Unfold ‘rprev‘ 0
. . | . | |
. . | . | .\
. . | . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . | . 8. D’ : Dsys
. . | . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. . | . | . 10. w : World
. . | . | . 11. p : FairFifo
. . | . | . 12. PossibleWorld(D’;w)
. . | . | . 13. L : |R| List
. . | . | . 14. 0<||L||
. . | . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . | . 16. ldr : |R|
. . | . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . | . 20. d : ℤ
. . | . | . 21. 0<d
. . | . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . | . |   ⇒
. . | . | . |   (∀j:|R|.
. . | . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . | . |    ⇒
. . | . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . | . 23. i : |R|
. . | . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . | . 25. j : |R|
. . | . | . 26. e : E
```

```
. . | . | . 27. loc(e) = i
. . | . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . | . 31. ¬j = ldr
. . | . | . 32. loc(sender(e)) = p(i)
. . | . | . ⊢  kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . | . |   ∨ kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . | . | by Subst' (in(i) = out(p(i))) -5
. . | . | . |
. . | . | . |\
. . | . | . | 1. R : Id→𝔹
. . | . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . | . | 5. ring(R;in;out)
. . | . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . | . | 8. D' : Dsys
. . | . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . | . | 10. w : World
. . | . | . | 11. p : FairFifo
. . | . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . | . | 13. L : |R| List
. . | . | . | 14. 0<||L||
. . | . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . | . | 16. ldr : |R|
. . | . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . | . | 19. ∀i:|R|.
. . | . | . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . | . | 20. d : ℤ
. . | . | . | 21. 0<d
. . | . | . | 22. ∀i:|R|.
. . | . | . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . | . |     ⇒
. . | . | . |     (∀j:|R|.
. . | . | . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . | . |      ⇒
. . | . | . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . | . | 23. i : |R|
. . | . | . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . | . | 25. j : |R|
. . | . | . | 26. e : E
. . | . | . | 27. loc(e) = i
. . | . | . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . | . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . | . | 31. ¬j = ldr
. . | . | . | 32. loc(sender(e)) = p(i)
. . | . | . | ⊢  in(i) = out(p(i))
. . | . | . |   by Unfold `rprev` 0 THEN DupHyp 5
. . | . | . |      THEN
```

```
. . | . | . |      Unfold ‘ring‘ -1
. . | . | . |      THEN
. . | . | . |      ExRepD
. . | . | . |      THEN
. . | . | . |      InstHyp [i] -3
. . | . | . |      THEN
. . | . | . |      ExRepD
. . | . | . |
. . | . | . .\
. . | . | . . 1. R : Id→𝔹
. . | . | . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . | . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . | . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . | . . 5. ring(R;in;out)
. . | . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . | . . 8. D’ : Dsys
. . | . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. . | . | . . 10. w : World
. . | . | . . 11. p : FairFifo
. . | . | . . 12. PossibleWorld(D’;w)
. . | . | . . 13. L : |R| List
. . | . | . . 14. 0<||L||
. . | . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . | . . 16. ldr : |R|
. . | . | . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . | . . 19. ∀i:|R|.
. . | . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . | . . 20. d : ℤ
. . | . | . . 21. 0<d
. . | . | . . 22. ∀i:|R|.
. . | . | . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . | . . |   ⇒
. . | . | . . |   (∀j:|R|.
. . | . | . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . | . . |    ⇒
. . | . | . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . | . . 23. i : |R|
. . | . | . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . | . . 25. j : |R|
. . | . | . . 26. e : E
. . | . | . . 27. loc(e) = i
. . | . | . . 28. kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . | . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . | . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . | . . 31. ¬j = ldr
. . | . | . . 32. loc(sender(e)) = p(i)
. . | . | . . ⊢  kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . | . . |  ∨ kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . | . . | by Assert (R(p(i)))
. . | . | . . |
. . | . | . . |\
```

```
. . | . | . . | .....assertion .....
. . | . | . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . | . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . | . . | 8. D' : Dsys
. . | . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . | . . | 10. w : World
. . | . | . . | 11. p : FairFifo
. . | . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . | . . | 13. L : |R| List
. . | . | . . | 14. 0<||L||
. . | . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . | . . | 16. ldr : |R|
. . | . | . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . | . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . | . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . | . . | 20. d : ℤ
. . | . | . . | 21. 0<d
. . | . | . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . | . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . | . . |     ⇒
. . | . | . . |     (∀j:|R|.
. . | . | . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . | . . |      ⇒
. . | . | . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . | . . | 23. i : |R|
. . | . | . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . | . . | 25. j : |R|
. . | . | . . | 26. e : E
. . | . | . . | 27. loc(e) = i
. . | . | . . | 28. kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . | . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . | . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . | . . | 31. ¬j = ldr
. . | . | . . | 32. loc(sender(e)) = p(i)
. . | . | . . | ⊢  R(p(i))
. . | . | . . |   by AssertBY (p(i) ∈ |R|) Auto THEN Analyze -1
. . | . | . . |      THEN
. . | . | . . |      Unhide
. . | . | . . |
. . | . | . . .\
. . | . | . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . | . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . | . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . | . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . | . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
```

```
. . | . | . . . 8. D' : Dsys
. . | . | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . | . . . 10. w : World
. . | . | . . . 11. p : FairFifo
. . | . | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . | . . . 13. L : |R| List
. . | . | . . . 14. 0<||L||
. . | . | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . | . . . 16. ldr : |R|
. . | . | . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . | . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . | . . .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . . .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . | . . . 20. d : ℤ
. . | . | . . . 21. 0<d
. . | . | . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . | . . .     d(ldr;i) = d-1
. . | . | . . .     ⇒
. . | . | . . .     (∀j:|R|.
. . | . | . . .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . | . . .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . | . . .      ⇒
. . | . | . . .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . | . . . 23. i : |R|
. . | . | . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . | . . . 25. j : |R|
. . | . | . . . 26. e : E
. . | . | . . . 27. loc(e) = i
. . | . | . . . 28. kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . | . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . | . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . | . . . 31. ¬j = ldr
. . | . | . . . 32. loc(sender(e)) = p(i)
. . | . | . . . 33. R(p(i))
. . | . | . . . ⊢  kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . | . . .    ∨ kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . | . . .   by DupHyp 5 THEN Unfold `ring` -1 THEN ExRepD
. . | . | . . .      THEN
. . | . | . . .      SframeRule
. . | . |
. . | . .\
. . | . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . 8. D' : Dsys
. . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . 10. w : World
. . | . . 11. p : FairFifo
. . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . 13. L : |R| List
```

```
. . | . . 14. 0<||L||
. . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . 16. ldr : |R|
. . | . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . 20. d : ℤ
. . | . . 21. 0<d
. . | . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . |   ⇒
. . | . . |   (∀j:|R|.
. . | . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . |    ⇒
. . | . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . 23. i : |R|
. . | . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . 25. j : |R|
. . | . . 26. e : E
. . | . . 27. loc(e) = i
. . | . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . 31. ¬j = ldr

. . | . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . |   ∨ kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . ⊢  d(ldr;j)<d  by Analyze -1
. . | . . |
. . | . . |\
. . | . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | 10. w : World
. . | . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | 13. L : |R| List
. . | . . | 14. 0<||L||
. . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | 20. d : ℤ
. . | . . | 21. 0<d
```

```
. . | . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | |   ⇒
. . | . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | |    ⇒
. . | . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | 23. i : |R|
. . | . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | 25. j : |R|
. . | . . | 26. e : E
. . | . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | ⊢  d(ldr;j)<d  by Assert (R(p(i)))
. . | . . | |
. . | . . | |\
. . | . . | | .....assertion .....
. . | . . | | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | | 8. D' : Dsys
. . | . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | | 10. w : World
. . | . . | | 11. p : FairFifo
. . | . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | | 13. L : |R| List
. . | . . | | 14. 0<||L||
. . | . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | | 16. ldr : |R|
. . | . . | | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | | 20. d : ℤ
. . | . . | | 21. 0<d
. . | . . | | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | |     ⇒
. . | . . | |     (∀j:|R|.
. . | . . | |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | |      ⇒
. . | . . | |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | | 23. i : |R|
. . | . . | | 24. d(ldr;i) = d
```

```
. . | . . | | 25. j : |R|
. . | . . | | 26. e : E
. . | . . | | 27. loc(e) = i
. . | . . | | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | | 31. ¬j = ldr
. . | . . | | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | | ⊢  R(p(i))
. . | . . | |   by AssertBY (p(i) ∈ |R|) Auto THEN Analyze -1
. . | . . | |      THEN
. . | . . | |      Unhide
. . | . . | |
. . | . . | .\
. . | . . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . 8. D' : Dsys
. . | . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . 10. w : World
. . | . . | . 11. p : FairFifo
. . | . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . 13. L : |R| List
. . | . . | . 14. 0<||L||
. . | . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . 16. ldr : |R|
. . | . . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . 20. d : ℤ
. . | . . | . 21. 0<d
. . | . . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . |   ⇒
. . | . . | . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . |    ⇒
. . | . . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . 23. i : |R|
. . | . . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . 25. j : |R|
. . | . . | . 26. e : E
. . | . . | . 27. loc(e) = i
. . | . . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
```

```
. . | . . | . 33. R(p(i))
. . | . . | . ⊢  d(ldr;j)<d
. . | . . | . | by Assert
. . | . . | . |    ((valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . |     & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j))
. . | . . | . |
. . | . . | . |\
. . | . . | . | .....assertion .....
. . | . . | . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | 10. w : World
. . | . . | . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | 21. 0<d
. . | . . | . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | |    ⇒
. . | . . | . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | 23. i : |R|
. . | . . | . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | 25. j : |R|
. . | . . | . | 26. e : E
. . | . . | . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | ⊢  (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | |  & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | | by DupHyp 5 THEN Unfold ‘ring‘ -1 THEN ExRepD
. . | . . | . | |    THEN
. . | . . | . | |    InstHyp [p(i)] -3
```

```
. . | . . | . | |    THEN
. . | . . | . | |    ExRepD
. . | . . | . | |    THEN
. . | . . | . | |    CSendRule1 (out(p(i))) rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |    "me"
. . | . . | . | |    "vote"
. . | . . | . | |    ℤ
. . | . . | . | |    ℤ
. . | . . | . | |    ℤ
. . | . . | . | |    (λx,v. v)
. . | . . | . | |    (λx,v. x<₂v)
. . | . . | . | |
. . | . . | . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | 10. w : World
. . | . . | . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | 21. 0<d
. . | . . | . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | |    ⇒
. . | . . | . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | 23. i : |R|
. . | . . | . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | 25. j : |R|
. . | . . | . | 26. e : E
. . | . . | . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | 34. ∀i:|R|.
```

```
. . | . . | . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | 35. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | 36. |R|
. . | . . | . | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1(ℤ;
. . | . . | . | |                                      ℤ;
. . | . . | . | |                                      ℤ;
. . | . . | . | |                                      "me";
. . | . . | . | |                                      rcv
. . | . . | . | |                                      ((in(p(i)));
. . | . . | . | |                                       "vote");
. . | . . | . | |                                      (out(p(i)));
. . | . . | . | |                                      "vote";
. . | . . | . | |                                      (λa,b.
. . | . . | . | |                                      if a<₂b→ [b]
. . | . . | . | |                                      else nil fi))
. . | . . | . | |   ∈ Dsys
. . | . . | . | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | |    ⇒
. . | . . | . | |    (∃e':E.
. . | . . | . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |     & sender(e') = e
. . | . . | . | |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |          ⇒
. . | . . | . | |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | |      ⇒
. . | . . | . | |      ¬(∃e':E.
```

```
. . | . . | . | |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |       & sender(e') = e))
. . | . . | . | ⊢  (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | |  & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | | by InstHyp [sender(e)] -1 THENA MaAuto
. . | . . | . | |    THEN
. . | . . | . | |    Analyze -1
. . | . . | . | |
. . | . . | . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | 10. w : World
. . | . . | . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | 21. 0<d
. . | . . | . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | |    ⇒
. . | . . | . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | 23. i : |R|
. . | . . | . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | 25. j : |R|
. . | . . | . | 26. e : E
. . | . . | . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
```

```
. . | . . | . | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | 35. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | 36. |R|
. . | . . | . | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1(ℤ;
. . | . . | . | |                                        ℤ;
. . | . . | . | |                                        ℤ;
. . | . . | . | |                                        "me";
. . | . . | . | |                                        rcv
. . | . . | . | |                                        ((in(p(i)));
. . | . . | . | |                                         "vote");
. . | . . | . | |                                        (out(p(i)));
. . | . . | . | |                                        "vote";
. . | . . | . | |                                        (λa,b.
. . | . . | . | |                                        if a<₂b→ [b]
. . | . . | . | |                                        else nil fi))
. . | . . | . | |   ∈ Dsys
. . | . . | . | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | |    ⇒
. . | . . | . | |    (∃e':E.
. . | . . | . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |     & sender(e') = e
. . | . . | . | |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |          ⇒
. . | . . | . | |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | |      ⇒
. . | . . | . | |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | 48. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | |   ⇒
```

```
. . | . . | . | |   (∃e':E.
. . | . . | . | |    kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |    & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | |      & (∀e'':E.
. . | . . | . | |         kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |         ⇒
. . | . . | . | |         sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | |      & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | 49. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | |   ⇒
. . | . . | . | |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | ⊢  (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | |  & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | | by Assert (("me" when sender(e))<₂val(sender(e)))
. . | . . | . | |
. . | . . | . | |\
. . | . . | . | | .....assertion .....
. . | . . | . | | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | | 10. w : World
. . | . . | . | | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | | 13. L : |R| List
. . | . . | . | | 14. 0<||L||
. . | . . | . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | | 20. d : ℤ
. . | . . | . | | 21. 0<d
. . | . . | . | | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | | |   ⇒
. . | . . | . | | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | |    ⇒
. . | . . | . | | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | | 23. i : |R|
. . | . . | . | | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | | 25. j : |R|
. . | . . | . | | 26. e : E
. . | . . | . | | 27. loc(e) = i
```

```
. . | . . | . | | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | 33. R(p(i))
. . | . . | . | | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | | |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | | 35. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | | 36. |R|
. . | . . | . | | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | | |   (ℤ;
. . | . . | . | | |    ℤ;
. . | . . | . | | |    ℤ;
. . | . . | . | | |    "me";
. . | . . | . | | |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | | |    (out(p(i)));
. . | . . | . | | |    "vote";
. . | . . | . | | |    (λa,b. if a<_2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | | |   ∈ Dsys
. . | . . | . | | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | |   ⇒
. . | . . | . | | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |   ⇒
. . | . . | . | | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |   ⇒
. . | . . | . | | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | |   ⇒
. . | . . | . | | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |   ⇒
. . | . . | . | | |   (("me" when e)<_2val(e)
. . | . . | . | | |    ⇒
. . | . . | . | | |    (∃e':E.
. . | . . | . | | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |     & sender(e') = e
. . | . . | . | | |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | | |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |          ⇒
. . | . . | . | | |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
```

```
. . | . . | . | | |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | | |    & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | | |       ⇒
. . | . . | . | | |       ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | |         kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |         & sender(e') = e))
. . | . . | . | | 48. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | |    ⇒
. . | . . | . | | |    (∃e':E.
. . | . . | . | | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |     & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | | |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | | |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |          ⇒
. . | . . | . | | |          sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | |       & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | | 49. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | |    ⇒
. . | . . | . | | |    ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | |      kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |      & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | | ⊢  ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | | by SupposeNot THEN MaAuto
. . | . . | . | | |
. . | . . | . | | |\
. . | . . | . | | | .....subterm .....
. . | . . | . | | | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | | | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | | | 10. w : World
. . | . . | . | | | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | | | 13. L : |R| List
. . | . . | . | | | 14. 0<||L||
. . | . . | . | | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | | | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | | | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | | | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | | | 20. d : ℤ
. . | . . | . | | | 21. 0<d
. . | . . | . | | | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | | | |   ⇒
. . | . . | . | | | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | | | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
```

```
. . | . . | . | | | |     ⇒
. . | . . | . | | | |     ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | | | 23. i : |R|
. . | . . | . | | | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | | | 25. j : |R|
. . | . . | . | | | 26. e : E
. . | . . | . | | | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | | | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | | | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | 33. R(p(i))
. . | . . | . | | | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | | | |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | | | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | | | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | | | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | | | 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | | | |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | | | 36. |R|
. . | . . | . | | | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | | | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | | | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | | | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | | | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | | | |   (ℤ;
. . | . . | . | | | |    ℤ;
. . | . . | . | | | |    ℤ;
. . | . . | . | | | |    "me";
. . | . . | . | | | |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | | | |    (out(p(i)));
. . | . . | . | | | |    "vote";
. . | . . | . | | | |    (λa,b. if a<_2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | | | |   ∈ Dsys
. . | . . | . | | | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | | | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | | | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | | |   ⇒
. . | . . | . | | | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |   ⇒
. . | . . | . | | | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | | | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |   ⇒
. . | . . | . | | | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | | | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | | |   ⇒
. . | . . | . | | | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |   ⇒
. . | . . | . | | | |   (("me" when e)<_2val(e)
```

```
. . | . . | . | | | |    ⇒
. . | . . | . | | | |    (∃e':E.
. . | . . | . | | | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |     & sender(e') = e
. . | . . | . | | | |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | | | |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |          ⇒
. . | . . | . | | | |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | | |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | | | |  & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | | | |     ⇒
. . | . . | . | | | |     ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | | |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |       & sender(e') = e))
. . | . . | . | | | 48. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | | |  ⇒
. . | . . | . | | | |  (∃e':E.
. . | . . | . | | | |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |   & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | | | |     & (∀e'':E.
. . | . . | . | | | |        kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |        ⇒
. . | . . | . | | | |        sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | | |     & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | | | 49. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | | |  ⇒
. . | . . | . | | | |  ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | | |    kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | |    & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | | | ⊢  val(sender(e)) ∈ ℤ  by DoSubsume THEN MaAuto
. . | . . | . | | | |
. . | . . | . | | | .....subtype_rel .....
. . | . . | . | | | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | | | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | | | 10. w : World
. . | . . | . | | | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | | | 13. L : |R| List
. . | . . | . | | | 14. 0<||L||
. . | . . | . | | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | | | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | | | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | | | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | | | 20. d : ℤ
. . | . . | . | | | 21. 0<d
```

```
. . | . . | . | | | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     (∀j:|R|.
. . | . . | . | | |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | |      ⇒
. . | . . | . | | |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | | | 23. i : |R|
. . | . . | . | | | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | | | 25. j : |R|
. . | . . | . | | | 26. e : E
. . | . . | . | | | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | | | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | | | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | | 33. R(p(i))
. . | . . | . | | | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | | |     & source(out(i)) = i
. . | . . | . | | |       & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | | |       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | | |       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | | | 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | | |     ∃k:ℕ+ . λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | | | 36. |R|
. . | . . | . | | | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | | | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | | | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | | | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | | | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | | |     (ℤ;
. . | . . | . | | |      ℤ;
. . | . . | . | | |      ℤ;
. . | . . | . | | |      "me";
. . | . . | . | | |      rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | | |      (out(p(i)));
. . | . . | . | | |      "vote";
. . | . . | . | | |      (λa,b. if a<2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | | |     ∈ Dsys
. . | . . | . | | | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | | | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | | |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | | |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
```

```
. . | . . | . | | | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | | |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | | |      ⇒
. . | . . | . | | |      (∃e':E.
. . | . . | . | | |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |       & sender(e') = e
. . | . . | . | | |         & (∀e'':E.
. . | . . | . | | |            kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |            ⇒
. . | . . | . | | |            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | |         & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | | |     & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | | |        ⇒
. . | . . | . | | |        ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | |          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |          & sender(e') = e))
. . | . . | . | | | 48. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     (∃e':E.
. . | . . | . | | |      kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |      & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | | |        & (∀e'':E.
. . | . . | . | | |           kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |           ⇒
. . | . . | . | | |           sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | |        & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | | | 49. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | |     ⇒
. . | . . | . | | |     ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | |       & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | | | ⊢  valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | |   by BackThru -5 THEN MaAuto
. . | . . | . | | |
. . | . . | . | | .\
. . | . . | . | | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | | . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | | . 10. w : World
. . | . . | . | | . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | | . 13. L : |R| List
. . | . . | . | | . 14. 0<||L||
. . | . . | . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | | . 16. ldr : |R|
```

```
. . | . . | . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | | . 20. d : ℤ
. . | . . | . | | . 21. 0<d
. . | . . | . | | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | . |    ⇒
. . | . . | . | | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | | . 23. i : |R|
. . | . . | . | | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | | . 25. j : |R|
. . | . . | . | | . 26. e : E
. . | . . | . | | . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | | . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . 33. R(p(i))
. . | . . | . | | . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | | . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | | . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | | . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | | . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | | . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | | . |   ∃k:ℕ+ . λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | | . 36. |R|
. . | . . | . | | . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | | . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | | . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | | . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | | . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | | . |   (ℤ;
. . | . . | . | | . |    ℤ;
. . | . . | . | | . |    ℤ;
. . | . . | . | | . |    "me";
. . | . . | . | | . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | | . |    (out(p(i)));
. . | . . | . | | . |    "vote";
. . | . . | . | | . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | | . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | | . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | | . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | . |   ⇒
```

```
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (("me" when e)<2val(e)
. . | . . | . | | . |    ⇒
. . | . . | . | | . |    (∃e':E.
. . | . . | . | | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | | . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | | . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |          ⇒
. . | . . | . | | . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | | . |   & (¬("me" when e)<2val(e)
. . | . . | . | | . |      ⇒
. . | . . | . | | . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | | . 48. ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (∃e':E.
. . | . . | . | | . |    kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |    & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | | . |      & (∀e'':E.
. . | . . | . | | . |         kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |         ⇒
. . | . . | . | | . |         sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | . |      & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | | . 49. ¬("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | | . 50. ¬("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | | . ⊢  ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | | . | by Analyze -2 THEN Analyze -1
. . | . . | . | | . |
. . | . . | . | | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | | . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
```

```
. . | . . | . | | . 10. w : World
. . | . . | . | | . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | | . 13. L : |R| List
. . | . . | . | | . 14. 0<||L||
. . | . . | . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | | . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | | . 20. d : ℤ
. . | . . | . | | . 21. 0<d
. . | . . | . | | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | . |    ⇒
. . | . . | . | | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | | . 23. i : |R|
. . | . . | . | | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | | . 25. j : |R|
. . | . . | . | | . 26. e : E
. . | . . | . | | . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | | . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . 33. R(p(i))
. . | . . | . | | . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | | . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | | . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | | . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | | . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | | . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | | . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | | . 36. |R|
. . | . . | . | | . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | | . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | | . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | | . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | | . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | | . |   (ℤ;
. . | . . | . | | . |    ℤ;
. . | . . | . | | . |    ℤ;
. . | . . | . | | . |    "me";
. . | . . | . | | . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | | . |    (out(p(i)));
```

```
. . | . . | . | | . |    "vote";
. . | . . | . | | . |    (λa,b. if a<2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | | . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | | . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | | . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (("me" when e)<2val(e)
. . | . . | . | | . |    ⇒
. . | . . | . | | . |    (∃e':E.
. . | . . | . | | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | | . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | | . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |          ⇒
. . | . . | . | | . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | | . |   & (¬("me" when e)<2val(e)
. . | . . | . | | . |      ⇒
. . | . . | . | | . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | | . 48. ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (∃e':E.
. . | . . | . | | . |    kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |    & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | | . |      & (∀e'':E.
. . | . . | . | | . |         kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |         ⇒
. . | . . | . | | . |         sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | . |      & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | | . 49. ¬("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | | . ⊢  ∃e':E.
. . | . . | . | | . |  kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |  & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | | . | by InstConcl [e] THEN MaAuto
. . | . . | . | | . |
. . | . . | . | | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | . 5. ring(R;in;out)
```

```
. . | . . | . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | | . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | | . 10. w : World
. . | . . | . | | . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | | . 13. L : |R| List
. . | . . | . | | . 14. 0<||L||
. . | . . | . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | | . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | | . 20. d : ℤ
. . | . . | . | | . 21. 0<d
. . | . . | . | | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | . |    ⇒
. . | . . | . | | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | | . 23. i : |R|
. . | . . | . | | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | | . 25. j : |R|
. . | . . | . | | . 26. e : E
. . | . . | . | | . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | | . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . 33. R(p(i))
. . | . . | . | | . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | | . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | | . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | | . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | | . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | | . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | | . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | | . 36. |R|
. . | . . | . | | . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | | . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | | . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | | . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | | . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | | . |   (ℤ;
. . | . . | . | | . |    ℤ;
```

```
. . | . . | . | | . |    ℤ;
. . | . . | . | | . |    "me";
. . | . . | . | | . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | | . |    (out(p(i)));
. . | . . | . | | . |    "vote";
. . | . . | . | | . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | | . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | | . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | | . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | | . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | | . |    ⇒
. . | . . | . | | . |    (∃e':E.
. . | . . | . | | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | | . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | | . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |          ⇒
. . | . . | . | | . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | | . |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | | . |      ⇒
. . | . . | . | | . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | | . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | | . 48. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | . |   ⇒
. . | . . | . | | . |   (∃e':E.
. . | . . | . | | . |    kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |    & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | | . |      & (∀e'':E.
. . | . . | . | | . |         kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . |         ⇒
. . | . . | . | | . |         sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | | . |      & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | | . 49. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | | . ⊢  kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . | by Subst' (out(p(i)) = in(i)) 0
. . | . . | . | | . |
. . | . . | . | | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | | . 3. out : |R|→IdLnk
```

```
. . | . . | . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | | . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | | . 10. w : World
. . | . . | . | | . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | | . 13. L : |R| List
. . | . . | . | | . 14. 0<||L||
. . | . . | . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | | . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | | . 20. d : ℤ
. . | . . | . | | . 21. 0<d
. . | . . | . | | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | .     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | | .     ⇒
. . | . . | . | | .     (∀j:|R|.
. . | . . | . | | .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | .      ⇒
. . | . . | . | | .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | | . 23. i : |R|
. . | . . | . | | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | | . 25. j : |R|
. . | . . | . | | . 26. e : E
. . | . . | . | | . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | | . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | | . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | | . 33. R(p(i))
. . | . . | . | | . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | | .     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | | .     & source(out(i)) = i
. . | . . | . | | .       & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | | .       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | | .       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | | . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | | .     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | | . 36. |R|
. . | . . | . | | . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | | . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | | . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | | . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | | . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | | . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
```

```
. . | . . . | . | | .     (ℤ;
. . | . . . | . | | .      ℤ;
. . | . . . | . | | .      ℤ;
. . | . . . | . | | .      "me";
. . | . . . | . | | .      rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . . | . | | .      (out(p(i)));
. . | . . . | . | | .      "vote";
. . | . . . | . | | .      (λa,b. if a<2b→ [b] else nil fi))
. . | . . . | . | | .     ∈ Dsys
. . | . . . | . | | . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . | | . 45. ∀e:E.
. . | . . . | . | | .     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . . | . | | .     ⇒
. . | . . . | . | | .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .     ⇒
. . | . . . | . | | .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . | | . 46. ∀e:E.
. . | . . . | . | | .     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .     ⇒
. . | . . . | . | | .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . | | . 47. ∀e:E.
. . | . . . | . | | .     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . . | . | | .     ⇒
. . | . . . | . | | .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .     ⇒
. . | . . . | . | | .     (("me" when e)<2val(e)
. . | . . . | . | | .      ⇒
. . | . . . | . | | .      (∃e':E.
. . | . . . | . | | .       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .       & sender(e') = e
. . | . . . | . | | .         & (∀e'':E.
. . | . . . | . | | .            kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .            ⇒
. . | . . . | . | | .            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . . | . | | .         & val(e') = val(e)))
. . | . . . | . | | .     & (¬("me" when e)<2val(e)
. . | . . . | . | | .        ⇒
. . | . . . | . | | .        ¬(∃e':E.
. . | . . . | . | | .          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .          & sender(e') = e))
. . | . . . | . | | . 48. ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . . | . | | .     ⇒
. . | . . . | . | | .     (∃e':E.
. . | . . . | . | | .      kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .      & sender(e') = sender(e)
. . | . . . | . | | .        & (∀e'':E.
. . | . . . | . | | .           kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . | | .           ⇒
. . | . . . | . | | .           sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . . | . | | .        & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . . | . | | . 49. ¬("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . . | . | | . ⊢  out(p(i)) = in(i)
. . | . . . | . | | .   by Unfold `rprev` 0
. . | . . . | . | | .      THEN
. . | . . . | . | | .      AllHyps
```

```
. . | . . | . | | .      (λh.
. . | . . | . | | .       InstHyp [i] h THEN ExRepD
. . | . . | . | | .       THEN
. . | . . | . | | .       Complete Auto)
. . | . . | . | |
. . | . . | . | .\
. . | . . | . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . 10. w : World
. . | . . | . | . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . 13. L : |R| List
. . | . . | . | . 14. 0<||L||
. . | . . | . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . 20. d : ℤ
. . | . . | . | . 21. 0<d
. . | . . | . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . |    ⇒
. . | . . | . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . 23. i : |R|
. . | . . | . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . 25. j : |R|
. . | . . | . | . 26. e : E
. . | . . | . | . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . 33. R(p(i))
. . | . . | . | . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . 35. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
```

```
. . | . . | . | . 36. |R|
. . | . . | . | . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . |   (ℤ;
. . | . . | . | . |    ℤ;
. . | . . | . | . |    ℤ;
. . | . . | . | . |    "me";
. . | . . | . | . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . |    (out(p(i)));
. . | . . | . | . |    "vote";
. . | . . | . | . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . |    ⇒
. . | . . | . | . |    (∃e':E.
. . | . . | . | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |          ⇒
. . | . . | . | . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . |      ⇒
. . | . . | . | . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | . 48. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   (∃e':E.
. . | . . | . | . |    kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |    & sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . |      & (∀e'':E.
. . | . . | . | . |         kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
```

```
. . | . . | . | . |         ⇒
. . | . . | . | . |         sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . |      & val(e') = val(sender(e)))
. . | . . | . | . 49. ¬("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | . |   ⇒
. . | . . | . | . |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . 50. ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | . ⊢  (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . |  & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | . | by ThinTrivial THEN ExRepD THEN Analyze 0
. . | . . | . | . |
. . | . . | . | . |\
. . | . . | . | . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . | 10. w : World
. . | . . | . | . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | . | 21. 0<d
. . | . . | . | . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     (∀j:|R|.
. . | . . | . | . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . |      ⇒
. . | . . | . | . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . | 23. i : |R|
. . | . . | . | . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . | 25. j : |R|
. . | . . | . | . | 26. e : E
. . | . . | . | . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
```

```
. . | . . | . | . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | . | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . |     & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . |       & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . |       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . | 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . | 36. |R|
. . | . . | . | . | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . |     (ℤ;
. . | . . | . | . |      ℤ;
. . | . . | . | . |      ℤ;
. . | . . | . | . |      "me";
. . | . . | . | . |      rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . |      (out(p(i)));
. . | . . | . | . |      "vote";
. . | . . | . | . |      (λa,b. if a<_2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . |     ∈ Dsys
. . | . . | . | . | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     (("me" when e)<_2val(e)
. . | . . | . | . |      ⇒
. . | . . | . | . |      (∃e':E.
. . | . . | . | . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |       & sender(e') = e
. . | . . | . | . |         & (∀e'':E.
. . | . . | . | . |            kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |            ⇒
. . | . . | . | . |            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . |         & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . |     & (¬("me" when e)<_2val(e)
. . | . . | . | . |         ⇒
. . | . . | . | . |         ¬(∃e':E.
```

```
. . | . . | . | . |         kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |         & sender(e') = e))
. . | . . | . | . | 48. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |       & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . | 49. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . | 50. e' : E
. . | . . | . | . | 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . | 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . | 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . |     kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . |     ⇒
. . | . . | . | . |     sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . | 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . | ⊢  valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . |   by AllHyps (λh.BackThru h THEN Complete MaAuto)
. . | . . | . | . |
. . | . . | . | . .\
. . | . . | . | . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . | . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . 10. w : World
. . | . . | . | . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . 21. 0<d
. . | . . | . | . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . |   ⇒
. . | . . | . | . . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . |    ⇒
. . | . . | . | . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . 23. i : |R|
. . | . . | . | . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . 25. j : |R|
. . | . . | . | . . 26. e : E
```

```
. . | . . | . | . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . 36. |R|
. . | . . | . | . . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . |   (ℤ;
. . | . . | . | . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . |    "me";
. . | . . | . | . . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . |    (out(p(i)));
. . | . . | . | . . |    "vote";
. . | . . | . | . . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | . . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . |   ⇒
. . | . . | . | . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |   ⇒
. . | . . | . | . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |   ⇒
. . | . . | . | . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . |   ⇒
. . | . . | . | . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |   ⇒
. . | . . | . | . . |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . |    ⇒
. . | . . | . | . . |    (∃e':E.
. . | . . | . | . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | . . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
```

```
. . | . . | . | . . . |          ⇒
. . | . . | . | . . . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . . |   & (¬("me" when e)<2val(e)
. . | . . | . | . . . |      ⇒
. . | . . | . | . . . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . . 48. ¬("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . . 49. ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | . . . 50. e' : E
. . | . . | . | . . . 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . . 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . . |   kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . . 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . . 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . ⊢  val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | . . . | by InstHyp [e] -3
. . | . . | . | . . . |
. . | . . | . | . . . |\
. . | . . | . | . . . | .....antecedent .....
. . | . . | . | . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . . | |  ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . . | 10. w : World
. . | . . | . | . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . . | 21. 0<d
. . | . . | . | . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
```

```
. . | . . | . | . . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . | |    ⇒
. . | . . | . | . . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . | 26. e : E
. . | . . | . | . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . | |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . . | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . | 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . | |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . | 36. |R|
. . | . . | . | . . . | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . . | |   (ℤ;
. . | . . | . | . . . | |    ℤ;
. . | . . | . | . . . | |    ℤ;
. . | . . | . | . . . | |    "me";
. . | . . | . | . . . | |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . | |    (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . | |    "vote";
. . | . . | . | . . . | |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . . | |   ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
```

```
. . | . . | . | . . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . | |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . | |    ⇒
. . | . . | . | . . | |    (∃e':E.
. . | . . | . | . . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | |     & sender(e') = e
. . | . . | . | . . | |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . | |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | |          ⇒
. . | . . | . | . . | |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . | |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . | |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . | |      ⇒
. . | . . | . | . . | |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . | |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . | 48. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . | |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . | 49. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . | 50. e' : E
. . | . . | . | . . | 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . | 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . | |   kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . | |   sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . | 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . | 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . | ⊢  kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | | by Subst' (out(p(i)) = in(i)) 0
. . | . . | . | . . | |
. . | . . | . | . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . |    ∈ Dsys
. . | . . | . | . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . | 10. w : World
. . | . . | . | . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . | 19. ∀i:|R|.
```

```
. . | . . | . | . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . . | 21. 0<d
. . | . . | . | . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . |      ⇒
. . | . . | . | . . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . | 26. e : E
. . | . . | . | . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . |     & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . |       & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . . |       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . | 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . | 36. |R|
. . | . . | . | . . . | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . . |     (ℤ;
. . | . . | . | . . . |      ℤ;
. . | . . | . | . . . |      ℤ;
. . | . . | . | . . . |      "me";
. . | . . | . | . . . |      rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . |      (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . |      "vote";
. . | . . | . | . . . |      (λa,b. if a<_2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . . |     ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
```

```
. . | . . | . | . . | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |     ⇒
. . | . . | . | . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . |     ⇒
. . | . . | . | . . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |     ⇒
. . | . . | . | . . |     (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . |      ⇒
. . | . . | . | . . |      (∃e':E.
. . | . . | . | . . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |       & sender(e') = e
. . | . . | . | . . |         & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . |            kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |            ⇒
. . | . . | . | . . |            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . |         & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . |     & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . |        ⇒
. . | . . | . | . . |        ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . |          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |          & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . | 48. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . |     ⇒
. . | . . | . | . . |     ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |       & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . | 49. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . | 50. e' : E
. . | . . | . | . . | 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . | 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . | 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . |     kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . |     ⇒
. . | . . | . | . . |     sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . | 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . | 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . | ⊢  out(p(i)) = in(i)
. . | . . | . | . . |   by Unfold `rprev` 0 THEN DupHyp 5
. . | . . | . | . . |      THEN
. . | . . | . | . . |      Unfold `ring` -1
. . | . . | . | . . |      THEN
. . | . . | . | . . |      ExRepD
. . | . . | . | . . |      THEN
. . | . . | . | . . |      InstHyp [i] -3
. . | . . | . | . . |      THEN
. . | . . | . | . . |      ExRepD
. . | . . | . | . . |
. . | . . | . | . . .\
. . | . . | . | . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . 4. in : |R|→IdLnk
```

```
. . | . . | . | . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . . |  ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . . 10. w : World
. . | . . | . | . . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . . 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . . 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . . 21. 0<d
. . | . . | . | . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . |    ⇒
. . | . . | . | . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . 26. e : E
. . | . . | . | . . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . 36. |R|
. . | . . | . | . . . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
```

```
. . | . . | . | . . . |   (ℤ;
. . | . . | . | . . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . . |    "me";
. . | . . | . | . . . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . |    (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . |    "vote";
. . | . . | . | . . . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . |    ⇒
. . | . . | . | . . . |    (∃e':E.
. . | . . | . | . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | . . . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . . |          kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |          ⇒
. . | . . | . | . . . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . . |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . |      ⇒
. . | . . | . | . . . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . . 48. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . . 49. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . . 50. e' : E
. . | . . | . | . . . 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . . 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . . |   kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . |   sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . . 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . . 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
```

```
. . | . . | . | . . . . 56. e = e’
. . | . . | . | . . . . ⊢  val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | . . . . | by Unfold ‘and‘ 0 THEN Fold ‘cand‘ 0
. . | . . | . | . . . . |    THEN
. . | . . | . | . . . . |    Analyze 0
. . | . . | . | . . . . |
. . | . . | . | . . . . |\
. . | . . | . | . . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . . . | |  ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . | 8. D’ : Dsys
. . | . . | . | . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. . | . . | . | . . . . | 10. w : World
. . | . . | . | . . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . . . | 12. PossibleWorld(D’;w)
. . | . . | . | . . . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . . . | 21. 0<d
. . | . . | . | . . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . | |    ⇒
. . | . . | . | . . . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . . | 26. e : E
. . | . . | . | . . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . . | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . . | |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . . | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
```

```
. . | . . | . | . . . | |    & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . | 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . | |   ∃k:ℕ^+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . | 36. |R|
. . | . . | . | . . . | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . . | |   (ℤ;
. . | . . | . | . . . | |    ℤ;
. . | . . | . | . . . | |    ℤ;
. . | . . | . | . . . | |    "me";
. . | . . | . | . . . | |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . | |    (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . | |    "vote";
. . | . . | . | . . . | |    (λa,b. if a<_2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . . | |   ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . | |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . | |   (("me" when e)<_2val(e)
. . | . . | . | . . . | |    ⇒
. . | . . | . | . . . | |    (∃e':E.
. . | . . | . | . . . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |     & sender(e') = e
. . | . . | . | . . . | |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . . | |          kind(e'')
. . | . . | . | . . . | |          =
. . | . . | . | . . . | |          rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |          ⇒
. . | . . | . | . . . | |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . . | |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . . | |   & (¬("me" when e)<_2val(e)
. . | . . | . | . . . | |      ⇒
. . | . . | . | . . . | |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . | |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . . | 48. ¬("me" when sender(e))<_2val(sender(e))
. . | . . | . | . . . | |   ⇒
```

```
. . | . . | . | . . . . | |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . | |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . . . | 49. ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . | 50. e' : E
. . | . . | . | . . . . | 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . | 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . . . | 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . . . | |   kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . | |   ⇒
. . | . . | . | . . . . | |   sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . . . | 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . | 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . | 56. e = e'
. . | . . | . | . . . . | ⊢  val(sender(e)) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . | | by StrongRevHypSubst -1 -3
. . | . . | . | . . . . | |
. . | . . | . | . . . . | .....subterm .....
. . | . . | . | . . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . . . |    ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . . . | 10. w : World
. . | . . | . | . . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . . . | 21. 0<d
. . | . . | . | . . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . . |     (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . |      ⇒
. . | . . | . | . . . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . . | 26. e : E
. . | . . | . | . . . . | 27. loc(e) = i
```

```
. . | . . | . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . | 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . |     & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . |       & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . . |       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . | 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . | 36. |R|
. . | . . | . | . . . | 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . . | 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . | 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . | 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . | 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . . |     (ℤ;
. . | . . | . | . . . |      ℤ;
. . | . . | . | . . . |      ℤ;
. . | . . | . | . . . |      "me";
. . | . . | . | . . . |      rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . |      (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . |      "vote";
. . | . . | . | . . . |      (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . . |     ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . | 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . | 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . | 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . | 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . |     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . |     (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . |      ⇒
. . | . . | . | . . . |      (∃e':E.
. . | . . | . | . . . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . |       & sender(e') = e
. . | . . | . | . . . |         & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . . |            kind(e'')
. . | . . | . | . . . |            =
```

```
. . | . . | . | . . . . |           rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . |           ⇒
. . | . . | . | . . . . |           sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . . . |        & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . . . |    & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . . |       ⇒
. . | . . | . | . . . . |       ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . |         kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . |         & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . . . | 48. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . . |     ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . |       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . |       & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . . . | 49. ("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . | 50. e' : E
. . | . . | . | . . . . | 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . | 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . . . | 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . . . |     kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . |     ⇒
. . | . . | . | . . . . |     sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . . . | 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . | 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . | 56. e = e'
. . | . . | . | . . . . | 57. z : {z:E| z = e }
. . | . . | . | . . . . | ⊢  val(z) ∈ ℤ
. . | . . | . | . . . . |
. . | . . | . | . . . . |   by Analyze -1 THEN DoSubsume
. . | . . | . | . . . . |      THEN
. . | . . | . | . . . . |      HypSubst -1 0
. . | . . | . | . . . . |
. . | . . | . | . . . . .\
. . | . . | . | . . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . . . . |  ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . . . . 10. w : World
. . | . . | . | . . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . . . . 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . . . . 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . . . 20. d : ℤ
```

```
. . | . . | . | . . . . . 21. 0<d
. . | . . | . | . . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . . |    ⇒
. . | . . | . | . . . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . . . 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . . . 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . . . 26. e : E
. . | . . | . | . . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . . . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . . . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . . . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . . . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . . . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . . . 36. |R|
. . | . . | . | . . . . . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . . . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . . . . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . . . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . . . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . . . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . . . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . . . . |   (ℤ;
. . | . . | . | . . . . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . . . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . . . . |    "me";
. . | . . | . | . . . . . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . . . |    (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . . . |    "vote";
. . | . . | . | . . . . . |    (λa,b. if a<_2b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . . . . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . . . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
```

```
. . | . . | . | . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . . . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   (("me" when e)<2val(e)
. . | . . | . | . . . . . |    ⇒
. . | . . | . | . . . . . |    (∃e':E.
. . | . . | . | . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | . . . . . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . . . . |          kind(e'')
. . | . . | . | . . . . . |          =
. . | . . | . | . . . . . |          rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |          ⇒
. . | . . | . | . . . . . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . . . . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . . . . |   & (¬("me" when e)<2val(e)
. . | . . | . | . . . . . |      ⇒
. . | . . | . | . . . . . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . . . . 48. ¬("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 49. ("me" when sender(e))<2val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 50. e' : E
. . | . . | . | . . . . . 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . . . . 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . . . . 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . . 56. e = e'
. . | . . | . | . . . . . 57. val(sender(e)) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . . ⊢  uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | . . . . . | by RW assert_pushdownC -9 THENA MaAuto
. . | . . | . | . . . . . |
. . | . . | . | . . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . . . . |  ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . . . . 10. w : World
. . | . . | . | . . . . . 11. p : FairFifo
```

```
. . | . . | . | . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . . . 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . . . 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . . 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . . . 21. 0<d
. . | . . | . | . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . |    ⇒
. . | . . | . | . . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . . 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . . 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . . 26. e : E
. . | . . | . | . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . . |   & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . . 36. |R|
. . | . . | . | . . . . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . . 38. R(destination(out(p(i))))
. . | . . | . | . . . . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . . . |   (ℤ;
. . | . . | . | . . . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . . . |    ℤ;
. . | . . | . | . . . . |    "me";
. . | . . | . | . . . . |    rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . . |    (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . . |    "vote";
. . | . . | . | . . . . |    (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
```

```
. . | . . | . | . . . . . |   ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . . . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . . . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . . |   loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . . . |    ⇒
. . | . . | . | . . . . . |    (∃e':E.
. . | . . | . | . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |     & sender(e') = e
. . | . . | . | . . . . . |       & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . . . . |          kind(e'')
. . | . . | . | . . . . . |          =
. . | . . | . | . . . . . |          rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |          ⇒
. . | . . | . | . . . . . |          sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . . . . |       & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . . . . |   & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . . . |      ⇒
. . | . . | . | . . . . . |      ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . . |        kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |        & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . . . . 48. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |     & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 49. ("me" when sender(e))<val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 50. e' : E
. . | . . | . | . . . . . 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . 52. sender(e') = sender(e)
. . | . . | . | . . . . . 53. ∀e'':E.
. . | . . | . | . . . . . |   kind(e'') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . |   ⇒
. . | . . | . | . . . . . |   sender(e'') = sender(e) ⇒ e'' = e'
. . | . . | . | . . . . . 54. val(e') = val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . . 56. e = e'
. . | . . | . | . . . . . 57. val(sender(e)) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . . ⊢  uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . | . . . . . | by Assert
. . | . . | . | . . . . . |    (("me" when sender(e)) = uid(p(i)))
. . | . . | . | . . . . . |
```

```
. . | . . | . | . . . . .....assertion .....
. . | . . | . | . . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . | . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . | . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . | . . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . | . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . | . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . | . . . . .    ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . | . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . | . . . . . 10. w : World
. . | . . | . | . . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . | . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . | . . . . . 13. L : |R| List
. . | . . | . | . . . . . 14. 0<||L||
. . | . . | . | . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . | . . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . | . . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . | . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . | . . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . .       ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . .       & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . | . . . . . 20. d : ℤ
. . | . . | . | . . . . . 21. 0<d
. . | . . | . | . . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . .       d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . | . . . .       ⇒
. . | . . | . | . . . .       (∀j:|R|.
. . | . . | . | . . . .        ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . .        & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . .        ⇒
. . | . . | . | . . . .        ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . | . . . . . 23. i : |R|
. . | . . | . | . . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . | . . . . . 25. j : |R|
. . | . . | . | . . . . . 26. e : E
. . | . . | . | . . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . | . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . | . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . | . . . . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . . 33. R(p(i))
. . | . . | . | . . . . . 34. ∀i:|R|.
. . | . . | . | . . . .       R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . | . | . . . .       & source(out(i)) = i
. . | . . | . | . . . .         & destination(in(i)) = i
. . | . . | . | . . . .         & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . | . | . . . .         & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . | . | . . . . . 35. ∀i,j:|R|.
. . | . . | . | . . . .       ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . | . | . . . . . 36. |R|
. . | . . | . | . . . . . 37. R(source(in(p(i))))
. . | . . | . | . . . . . 38. R(destination(out(p(i))))
```

```
. . | . . | . | . . . . . 39. source(out(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . . . 40. destination(in(p(i))) = p(i)
. . | . . | . | . . . . . 41. in(destination(out(p(i)))) = out(p(i))
. . | . . | . | . . . . . 42. out(source(in(p(i)))) = in(p(i))
. . | . . | . | . . . . . 43. @source(out(p(i))): ma-single-sends1
. . | . . | . | . . . . .     (ℤ;
. . | . . | . | . . . . .      ℤ;
. . | . . | . | . . . . .      ℤ;
. . | . . | . | . . . . .      "me";
. . | . . | . | . . . . .      rcv((in(p(i))); "vote");
. . | . . | . | . . . . .      (out(p(i)));
. . | . . | . | . . . . .      "vote";
. . | . . | . | . . . . .      (λa,b. if a<₂b→ [b] else nil fi))
. . | . . | . | . . . . .     ∈ Dsys
. . | . . | . | . . . . . 44. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . . 45. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . .     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . . .     ⇒
. . | . . | . | . . . . .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . .     ⇒
. . | . . | . | . . . . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . . . 46. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . .     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . .     ⇒
. . | . . | . | . . . . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . | . | . . . . . 47. ∀e:E.
. . | . . | . | . . . . .     loc(e) = source(out(p(i)))
. . | . . | . | . . . . .     ⇒
. . | . . | . | . . . . .     kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . .     ⇒
. . | . . | . | . . . . .     (("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . . .      ⇒
. . | . . | . | . . . . .      (∃e':E.
. . | . . | . | . . . . .       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . .       & sender(e') = e
. . | . . | . | . . . . .         & (∀e'':E.
. . | . . | . | . . . . .            kind(e'')
. . | . . | . | . . . . .            =
. . | . . | . | . . . . .            rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . .            ⇒
. . | . . | . | . . . . .            sender(e'') = e ⇒ e'' = e')
. . | . . | . | . . . . .         & val(e') = val(e)))
. . | . . | . | . . . . .     & (¬("me" when e)<₂val(e)
. . | . . | . | . . . . .        ⇒
. . | . . | . | . . . . .        ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . .          kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . .          & sender(e') = e))
. . | . . | . | . . . . . 48. ¬("me" when sender(e))<₂val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . .     ⇒
. . | . . | . | . . . . .     ¬(∃e':E.
. . | . . | . | . . . . .       kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . . .       & sender(e') = sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 49. ("me" when sender(e))<val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . . 50. e' : E
. . | . . | . | . . . . . 51. kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
```

```
. . | . . | . | . . . . 52. sender(e’) = sender(e)
. . | . . | . | . . . . 53. ∀e’’:E.
. . | . . | . | . . . .     kind(e’’) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . | . | . . . .     ⇒
. . | . . | . | . . . .     sender(e’’) = sender(e) ⇒ e’’ = e’
. . | . . | . | . . . . 54. val(e’) = val(sender(e))
. . | . . | . | . . . . 55. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . | . . . . 56. e = e’
. . | . . | . | . . . . 57. val(sender(e)) = uid(j)
. . | . . | . | . . . . ⊢  ("me" when sender(e)) = uid(p(i))
. . | . . | . | . . . .   by InstRealizerLemma ‘Dconstant‘
. . | . . | . | . . . .      [ℤ;uid(p(i));"me";p(i)]
. . | . . | . | . . . .      THEN
. . | . . | . | . . . .      Unfold ‘alle-at‘ -1
. . | . . | . | . . . .      THEN
. . | . . | . | . . . .      BackThru -1
. . | . . | . | . . . .      THEN
. . | . . | . | . . . .      MaAuto
. . | . . | . |
. . | . . | . .\
. . | . . | . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . 8. D’ : Dsys
. . | . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. . | . . | . . 10. w : World
. . | . . | . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . . 12. PossibleWorld(D’;w)
. . | . . | . . 13. L : |R| List
. . | . . | . . 14. 0<||L||
. . | . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . 20. d : ℤ
. . | . . | . . 21. 0<d
. . | . . | . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . |   ⇒
. . | . . | . . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . |    ⇒
. . | . . | . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . 23. i : |R|
. . | . . | . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . 25. j : |R|
. . | . . | . . 26. e : E
```

```
. . | . . | . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . 33. R(p(i))
. . | . . | . . 34. (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . . |   & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . ⊢  d(ldr;j)<d  by Assert (¬p(i) = ldr)
. . | . . | . . |
. . | . . | . . |\
. . | . . | . . | .....assertion .....
. . | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . | 10. w : World
. . | . . | . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . . | 21. 0<d
. . | . . | . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . | |   ⇒
. . | . . | . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . | |    ⇒
. . | . . | . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . | 23. i : |R|
. . | . . | . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . | 25. j : |R|
. . | . . | . . | 26. e : E
. . | . . | . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . | 33. R(p(i))
```

```
. . | . . | . . | 34. (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . . | |   & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . | ⊢  ¬p(i) = ldr
. . | . . | . . | | by ExRepD THEN Analyze 0
. . | . . | . . | |    THENA
. . | . . | . . | |    (MaAuto THEN DoSubsume THEN Analyze 0
. . | . . | . . | |     THEN
. . | . . | . . | |     Analyze -1)
. . | . . | . . | |
. . | . . | . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . | 10. w : World
. . | . . | . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . . | 21. 0<d
. . | . . | . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . |     ⇒
. . | . . | . . |     (∀j:|R|.
. . | . . | . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . |      ⇒
. . | . . | . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . | 23. i : |R|
. . | . . | . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . | 25. j : |R|
. . | . . | . . | 26. e : E
. . | . . | . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . . | 34. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . . | 35. val(sender(e)) = uid(j)
. . | . . | . . | 36. uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . | 37. p(i) = ldr
```

```
. . | . . | . . | ⊢  False
. . | . . | . . |   by HypSubst' -1 -2
. . | . . | . . |      THEN
. . | . . | . . |      AllHyps
. . | . . | . . |      (λh.
. . | . . | . . |       Unfold `l_all` h THEN InstHyp [j] h
. . | . . | . . |       THEN
. . | . . | . . |       BackThruSomeHyp)
. . | . . | . . |
. . | . . | . . .\
. . | . . | . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . . 10. w : World
. . | . . | . . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . . 13. L : |R| List
. . | . . | . . . 14. 0<||L||
. . | . . | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . . 20. d : ℤ
. . | . . | . . . 21. 0<d
. . | . . | . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . . |   ⇒
. . | . . | . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . |    ⇒
. . | . . | . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . . 23. i : |R|
. . | . . | . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . . 25. j : |R|
. . | . . | . . . 26. e : E
. . | . . | . . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . 33. R(p(i))
. . | . . | . . . 34. (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . . . |   & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . . 35. ¬p(i) = ldr
```

```
. . | . . | . . . ⊢  d(ldr;j)<d  by InstHyp [p(i);j] 22
. . | . . | . . . |
. . | . . | . . . |\
. . | . . | . . . | .....antecedent .....
. . | . . | . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . . | 10. w : World
. . | . . | . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . . . | 21. 0<d
. . | . . | . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . | |    ⇒
. . | . . | . . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . . . | 26. e : E
. . | . . | . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . . . | 34. (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . . . | |   & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . . | 35. ¬p(i) = ldr
. . | . . | . . . | ⊢  d(ldr;p(i)) = d-1  by Subst' (d = d(ldr;i)) 0
. . | . . | . . . | |
. . | . . | . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
```

```
. . | . . | . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . . | 10. w : World
. . | . . | . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . . . | 21. 0<d
. . | . . | . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . . | |   ⇒
. . | . . | . . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . | . . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . | |    ⇒
. . | . . | . . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . . . | 26. e : E
. . | . . | . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . . . | 34. (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . . . | |   & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . . | 35. ¬p(i) = ldr
. . | . . | . . . | ⊢  d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
. . | . . | . . . | | by BackThru Thm: rdist_DASH_rprev
. . | . . | . . . | |
. . | . . | . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . . | 10. w : World
. . | . . | . . . | 11. p : FairFifo
```

```
. . | . . | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . . . | 21. 0<d
. . | . . | . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . . |     ⇒
. . | . . | . . . |     (∀j:|R|.
. . | . . | . . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . |      ⇒
. . | . . | . . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . . . | 26. e : E
. . | . . | . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . . . | 34. (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . . . |     & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . . | 35. ¬p(i) = ldr
. . | . . | . . . | ⊢  ¬ldr = p(i)  by ParallelOp -1 THEN Analyze -1
. . | . . | . . . |
. . | . . | . . . .\
. . | . . | . . . . .....antecedent .....
. . | . . | . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . | . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . . . 10. w : World
. . | . . | . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . . . 13. L : |R| List
. . | . . | . . . . 14. 0<||L||
. . | . . | . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . . . . 17. (ldr ∈ L)
```

```
. . | . . | . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . . . 20. d : ℤ
. . | . . | . . . . 21. 0<d
. . | . . | . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . . . |   ⇒
. . | . . | . . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . | . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . . |    ⇒
. . | . . | . . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . . . 23. i : |R|
. . | . . | . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . . . 25. j : |R|
. . | . . | . . . . 26. e : E
. . | . . | . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . . 33. R(p(i))
. . | . . | . . . . 34. (valtype(sender(e)) ⊆r ℤ)
. . | . . | . . . . |   & val(sender(e)) = uid(j) & uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . . . 35. ¬p(i) = ldr
. . | . . | . . . . ⊢  ∃e@p(i).kind(e) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . . | by ExRepD THEN Unfold `existse-at` 0
. . | . . | . . . . |    THEN
. . | . . | . . . . |    InstConcl [sender(e)]
. . | . . | . . . . |    THEN
. . | . . | . . . . |    MaAuto
. . | . . | . . . . |
. . | . . | . . . . |\
. . | . . | . . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . | . . . . |    ∈ Dsys
. . | . . | . . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . | . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . . . | 10. w : World
. . | . . | . . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . | . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . . . | 13. L : |R| List
. . | . . | . . . . | 14. 0<||L||
. . | . . | . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . | . . . . | 17. (ldr ∈ L)
```

```
. . | . . | . . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . . . . | 20. d : ℤ
. . | . . | . . . . . | 21. 0<d
. . | . . | . . . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . . . . |     ⇒
. . | . . | . . . . . |     (∀j:|R|.
. . | . . | . . . . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . . . |      ⇒
. . | . . | . . . . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . . . . | 23. i : |R|
. . | . . | . . . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . . . . | 25. j : |R|
. . | . . | . . . . . | 26. e : E
. . | . . | . . . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . | . . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . . . . | 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . . . | 33. R(p(i))
. . | . . | . . . . . | 34. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . . . | 35. val(sender(e)) = uid(j)
. . | . . | . . . . . | 36. uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . . . . | 37. ¬p(i) = ldr
. . | . . | . . . . . | 38. isrcv(e)
. . | . . | . . . . . | 39. lnk(e) = in(i)
. . | . . | . . . . . | 40. tag(e) = "vote"
. . | . . | . . . . . | 41. loc(sender(e)) = source(in(i))
. . | . . | . . . . . | 42. loc(sender(e)) = destination(in(p(i)))
. . | . . | . . . . . | 43. loc(sender(sender(e))) = source(in(p(i)))
. . | . . | . . . . . | 44. loc(e) = destination(in(i))
. . | . . | . . . . . | 45. isrcv(sender(e))
. . | . . | . . . . . | 46. lnk(sender(e)) = in(p(i))
. . | . . | . . . . . | 47. tag(sender(e)) = "vote"
. . | . . | . . . . . | ⊢  loc(sender(e)) = p(i)
. . | . . | . . . . . |   by DupHyp 5 THEN Unfold ‘ring‘ -1 THEN ExRepD
. . | . . | . . . . . |      THEN
. . | . . | . . . . . |      InstHyp [p(i)] -3
. . | . . | . . . . . |      THEN
. . | . . | . . . . . |      ExRepD
. . | . . | . . . . . |
. . | . . | . . . . .\
. . | . . | . . . . . .....wf .....
. . | . . | . . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . | . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . | . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . | . . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . | . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . | . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
```

```
. . | . . | . . . . . .    ∈ Dsys
. . | . . | . . . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . | . . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . | . . . . . . 10. w : World
. . | . . | . . . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . | . . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . | . . . . . . 13. L : |R| List
. . | . . | . . . . . . 14. 0<||L||
. . | . . | . . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . | . . . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . | . . . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . | . . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . | . . . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . . . .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . . .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . | . . . . . . 20. d : ℤ
. . | . . | . . . . . . 21. 0<d
. . | . . | . . . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . | . . . . . .     d(ldr;i) = d-1
. . | . . | . . . . . .     ⇒
. . | . . | . . . . . .     (∀j:|R|.
. . | . . | . . . . . .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . . .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . . . .      ⇒
. . | . . | . . . . . .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . | . . . . . . 23. i : |R|
. . | . . | . . . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . | . . . . . . 25. j : |R|
. . | . . | . . . . . . 26. e : E
. . | . . | . . . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . | . . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . | . . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . | . . . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . | . . . . . . 32. kind(sender(e)) = rcv((in(p(i))); "vote")
. . | . . | . . . . . . 33. R(p(i))
. . | . . | . . . . . . 34. valtype(sender(e)) ⊆r ℤ
. . | . . | . . . . . . 35. val(sender(e)) = uid(j)
. . | . . | . . . . . . 36. uid(p(i))<uid(j)
. . | . . | . . . . . . 37. ¬p(i) = ldr
. . | . . | . . . . . . 38. E
. . | . . | . . . . . . ⊢  p(i) ∈ Id
. . | . . | . . . . . .   by DoSubsume THEN Analyze 0 THEN Analyze -1
. . | . . |
. . | . . .\
. . | . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . 8. D' : Dsys
. . | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . 10. w : World
```

```
. . | . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . 13. L : |R| List
. . | . . . 14. 0<||L||
. . | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . 16. ldr : |R|
. . | . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . 20. d : ℤ
. . | . . . 21. 0<d
. . | . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . |   ⇒
. . | . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . |    ⇒
. . | . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . 23. i : |R|
. . | . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . 25. j : |R|
. . | . . . 26. e : E
. . | . . . 27. loc(e) = i
. . | . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . ⊢  d(ldr;j)<d  by Assert (j = p(i))
. . | . . . |
. . | . . . |\
. . | . . . | .....assertion .....
. . | . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | 10. w : World
. . | . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | 13. L : |R| List
. . | . . . | 14. 0<||L||
. . | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
```

```
. . | . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | 20. d : ℤ
. . | . . . | 21. 0<d
. . | . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | |   ⇒
. . | . . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | |    ⇒
. . | . . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | 23. i : |R|
. . | . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | 25. j : |R|
. . | . . . | 26. e : E
. . | . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | ⊢  j = p(i)  by Assert (R(p(i)))
. . | . . . | |
. . | . . . | |\
. . | . . . | | .....assertion .....
. . | . . . | | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | | 8. D' : Dsys
. . | . . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | | 10. w : World
. . | . . . | | 11. p : FairFifo
. . | . . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | | 13. L : |R| List
. . | . . . | | 14. 0<||L||
. . | . . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | | 16. ldr : |R|
. . | . . . | | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | | 20. d : ℤ
. . | . . . | | 21. 0<d
. . | . . . | | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | |     ⇒
. . | . . . | |     (∀j:|R|.
. . | . . . | |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | |      ⇒
```

```
. . | . . . | |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | | 23. i : |R|
. . | . . . | | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | | 25. j : |R|
. . | . . . | | 26. e : E
. . | . . . | | 27. loc(e) = i
. . | . . . | | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | | ⊢  R(p(i))
. . | . . . | |   by AssertBY (p(i) ∈ |R|) Auto THEN Analyze -1
. . | . . . | |      THEN
. . | . . . | |      Unhide
. . | . . . | |
. . | . . . | .\
. . | . . . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . 10. w : World
. . | . . . | . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . 13. L : |R| List
. . | . . . | . 14. 0<||L||
. . | . . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . 20. d : ℤ
. . | . . . | . 21. 0<d
. . | . . . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . |    ⇒
. . | . . . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . 23. i : |R|
. . | . . . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . 25. j : |R|
. . | . . . | . 26. e : E
. . | . . . | . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
```

```
. . | . . . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . 33. R(p(i))
. . | . . . | . ⊢  j = p(i)  by Assert (p(i) ∈ Id)
. . | . . . | . |
. . | . . . | . |\
. . | . . . | . | .....assertion .....
. . | . . . | . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | . | 8. D' : Dsys
. . | . . . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . | 10. w : World
. . | . . . | . | 11. p : FairFifo
. . | . . . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . | 13. L : |R| List
. . | . . . | . | 14. 0<||L||
. . | . . . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . | 16. ldr : |R|
. . | . . . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . | 20. d : ℤ
. . | . . . | . | 21. 0<d
. . | . . . | . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . |     ⇒
. . | . . . | . |     (∀j:|R|.
. . | . . . | . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . |      ⇒
. . | . . . | . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . | 23. i : |R|
. . | . . . | . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . | 25. j : |R|
. . | . . . | . | 26. e : E
. . | . . . | . | 27. loc(e) = i
. . | . . . | . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . | 33. R(p(i))
. . | . . . | . | ⊢  p(i) ∈ Id
. . | . . . | . |   by DoSubsume THEN MaAuto THEN Analyze 0
. . | . . . | . |      THEN
. . | . . . | . |      Analyze -1
. . | . . . | . |
```

```
. . | . . . | . .\
. . | . . . | . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | . . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . 10. w : World
. . | . . . | . . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . 21. 0<d
. . | . . . | . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . |   ⇒
. . | . . . | . . |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . |    ⇒
. . | . . . | . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . 23. i : |R|
. . | . . . | . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . 25. j : |R|
. . | . . . | . . 26. e : E
. . | . . . | . . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . 33. R(p(i))
. . | . . . | . . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . ⊢  j = p(i)
. . | . . . | . . | by DupHyp 5 THEN Unfold `ring` -1 THEN ExRepD
. . | . . . | . . |    THEN
. . | . . . | . . |    InstRealizerLemma `send-once`
. . | . . . | . . |    [ℤ;ℤ;"send-me";λx.x;"vote";out(p(i));"me"]
. . | . . . | . . |
. . | . . . | . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . 5. ring(R;in;out)
```

```
. . | . . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | . . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . 10. w : World
. . | . . . | . . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . 21. 0<d
. . | . . . | . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . |   ⇒
. . | . . . | . . |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . |    ⇒
. . | . . . | . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . 23. i : |R|
. . | . . . | . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . 25. j : |R|
. . | . . . | . . 26. e : E
. . | . . . | . . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . 33. R(p(i))
. . | . . . | . . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . |   & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . 36. ∀i,j:|R|. ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . 37. |R|
. . | . . . | . . 38. (vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . |   & (∀e:E.
. . | . . . | . . |      kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . |      ⇒
. . | . . . | . . |      (valtype(e) ⊆r ℤ))
. . | . . . | . . |   & (∃e:E.
. . | . . . | . . |      kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . |      & val(e) = (λx.x)(("me" when sender(e)))
. . | . . . | . . |        & kind(sender(e)) = locl("send-me")
```

```
. . | . . . | . . |        & (∀e':E.
. . | . . . | . . |           kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . |           ⇒
. . | . . . | . . |           kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . |           ⇒
. . | . . . | . . |           e' = e))
. . | . . . | . . ⊢  j = p(i)
. . | . . . | . . | by Reduce -1 THEN ExRepD THEN InstHyp [e] -1
. . | . . . | . . |
. . | . . . | . . |\
. . | . . . | . . | .....antecedent .....
. . | . . . | . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | . . | 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . | 10. w : World
. . | . . . | . . | 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . | 13. L : |R| List
. . | . . . | . . | 14. 0<||L||
. . | . . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . | 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . | 20. d : ℤ
. . | . . . | . . | 21. 0<d
. . | . . . | . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . | |   ⇒
. . | . . . | . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . | |    ⇒
. . | . . . | . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . | 23. i : |R|
. . | . . . | . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . | 25. j : |R|
. . | . . . | . . | 26. e : E
. . | . . . | . . | 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . | 33. R(p(i))
. . | . . . | . . | 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . | 35. ∀i:|R|.
```

```
. . | . . . | . . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . | |   & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . | 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . | |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . | 37. |R|
. . | . . . | . . | 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . | 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . | |   ⇒
. . | . . . | . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . | 40. e1 : E
. . | . . . | . . | 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . | 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . | 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . | 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . | |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . | |   ⇒
. . | . . . | . . | |   kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e1
. . | . . . | . . | ⊢  kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . | | by Subst' (out(p(i)) = in(i)) 0
. . | . . . | . . | |
. . | . . . | . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | . . | 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . | 10. w : World
. . | . . . | . . | 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . | 13. L : |R| List
. . | . . . | . . | 14. 0<||L||
. . | . . . | . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . | 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . | 20. d : ℤ
. . | . . . | . . | 21. 0<d
. . | . . . | . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . |     ⇒
. . | . . . | . . |     (∀j:|R|.
. . | . . . | . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . |      ⇒
. . | . . . | . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
```

```
. . | . . . | . . | 23. i : |R|
. . | . . . | . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . | 25. j : |R|
. . | . . . | . . | 26. e : E
. . | . . . | . . | 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . | 33. R(p(i))
. . | . . . | . . | 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . | 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . |     & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . |       & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . |       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . | 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . | 37. |R|
. . | . . . | . . | 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . | 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . |     ⇒
. . | . . . | . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . | 40. e1 : E
. . | . . . | . . | 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . | 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . | 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . | 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . |     ⇒
. . | . . . | . . |     kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e1
. . | . . . | . . | ⊢  out(p(i)) = in(i)
. . | . . . | . . |   by Unfold `rprev` 0 THEN DupHyp 5
. . | . . . | . . |      THEN
. . | . . . | . . |      Unfold `ring` -1
. . | . . . | . . |      THEN
. . | . . . | . . |      ExRepD
. . | . . . | . . |      THEN
. . | . . . | . . |      InstHyp [i] -3
. . | . . . | . . |      THEN
. . | . . . | . . |      ExRepD
. . | . . . | . . |
. . | . . . | . . .\
. . | . . . | . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . | . . . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
```

```
. . | . . . | . . . 10. w : World
. . | . . . | . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . 21. 0<d
. . | . . . | . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . |   ⇒
. . | . . . | . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . |    ⇒
. . | . . . | . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . 23. i : |R|
. . | . . . | . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . 25. j : |R|
. . | . . . | . . . 26. e : E
. . | . . . | . . . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . |   & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . 37. |R|
. . | . . . | . . . 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . |   ⇒
. . | . . . | . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . 40. e1 : E
. . | . . . | . . . 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . |   ⇒
```

```
. . | . . . | . . . |   kind(sender(e')) = locl("send-me") ⇒ e' = e1
. . | . . . | . . . 45. e = e1
. . | . . . | . . . ⊢  j = p(i)
. . | . . . | . . . | by Assert (("me" when sender(e1)) = uid(p(i)))
. . | . . . | . . . |
. . | . . . | . . . |\
. . | . . . | . . . | .....assertion .....
. . | . . . | . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . | |  ∈ Dsys
. . | . . . | . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . | 10. w : World
. . | . . . | . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . | 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . | 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . | 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . | 21. 0<d
. . | . . . | . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | |    ⇒
. . | . . . | . . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . | 23. i : |R|
. . | . . . | . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . | 25. j : |R|
. . | . . . | . . . | 26. e : E
. . | . . . | . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . | 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . | |   & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . | |     & destination(in(i)) = i
```

```
. . | . . . | . . . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . | 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . | |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . | 37. |R|
. . | . . . | . . . | 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . | 40. e1 : E
. . | . . . | . . . | 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . | 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . | |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . | |   kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . | |   e' = e1
. . | . . . | . . . | 45. e = e1
. . | . . . | . . . | ⊢  ("me" when sender(e1)) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . | | by Assert (p(i) ∈ Id)
. . | . . . | . . . | |
. . | . . . | . . . | |\
. . | . . . | . . . | | .....assertion .....
. . | . . . | . . . | | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . | |    ∈ Dsys
. . | . . . | . . . | | 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . | | 10. w : World
. . | . . . | . . . | | 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . | | 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . | | 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . | | 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . | | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . | | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . | | 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . | | 21. 0<d
. . | . . . | . . . | | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . | |     ⇒
. . | . . . | . . . | |     (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . | |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
```

```
. . | . . . | . . . | |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | |      ⇒
. . | . . . | . . . | |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . | | 23. i : |R|
. . | . . . | . . . | | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . | | 25. j : |R|
. . | . . . | . . . | | 26. e : E
. . | . . . | . . . | | 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . | | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . | | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | | 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . | | 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | | 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . | |     & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . | |       & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . | |       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . | |       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . | | 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . | |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . | | 37. |R|
. . | . . . | . . . | | 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | | 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . | |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | |     ⇒
. . | . . . | . . . | |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . | | 40. e1 : E
. . | . . . | . . . | | 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | | 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))

. . | . . . | . . . | | 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | | 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . | |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | |     ⇒
. . | . . . | . . . | |     kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | |     ⇒
. . | . . . | . . . | |     e' = e1
. . | . . . | . . . | | 45. e = e1
. . | . . . | . . . | | ⊢  p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | |   by DoSubsume THEN Analyze 0 THEN Analyze -1
. . | . . . | . . . | |
. . | . . . | . . . | .\
. . | . . . | . . . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . | . |  ∈ Dsys
. . | . . . | . . . | . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . | . 10. w : World
```

```
. . | . . . | . . . | . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . | . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . | . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . | . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . | . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . | . 21. 0<d
. . | . . . | . . . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | . |    ⇒
. . | . . . | . . . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . | . 23. i : |R|
. . | . . . | . . . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . | . 25. j : |R|
. . | . . . | . . . | . 26. e : E
. . | . . . | . . . | . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . | . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | . 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . | . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | . 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . | . |   & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . | . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . | . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . | . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . | . 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . | . 37. |R|
. . | . . . | . . . | . 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | . 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . | . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . | . 40. e1 : E
. . | . . . | . . . | . 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | . 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . | . 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | . 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . | . |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   kind(sender(e')) = locl("send-me")
```

```
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   e' = e1
. . | . . . | . . . | . 45. e = e1
. . | . . . | . . . | . 46. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | . ⊢  ("me" when sender(e1)) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . | . | by InstRealizerLemma ‘Dconstant‘
. . | . . . | . . . | . |    [ℤ;uid(p(i));"me";p(i)]
. . | . . . | . . . | . |
. . | . . . | . . . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . | . |  ∈ Dsys
. . | . . . | . . . | . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . | . 10. w : World
. . | . . . | . . . | . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . | . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . | . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . | . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . | . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . | . 21. 0<d
. . | . . . | . . . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | . |    ⇒
. . | . . . | . . . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . | . 23. i : |R|
. . | . . . | . . . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . | . 25. j : |R|
. . | . . . | . . . | . 26. e : E
. . | . . . | . . . | . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . | . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | . 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . | . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | . 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . | . |   & source(out(i)) = i
```

```
. . | . . . | . . . | . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . | . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . | . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . | . 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . | . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . | . 37. |R|
. . | . . . | . . . | . 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | . 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . | . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . | . 40. e1 : E
. . | . . . | . . . | . 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | . 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . | . 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | . 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . | . |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | . |   ⇒
. . | . . . | . . . | . |   e' = e1
. . | . . . | . . . | . 45. e = e1
. . | . . . | . . . | . 46. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | . 47. ∀e@p(i).("me" when e) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . | . ⊢  ("me" when sender(e1)) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . | . | by Unfold `alle-at` -1 THEN BackThru -1
. . | . . . | . . . | . |    THEN
. . | . . . | . . . | . |    MaAuto
. . | . . . | . . . | . |
. . | . . . | . . . | . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . | . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . | .    ∈ Dsys
. . | . . . | . . . | . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . | . 10. w : World
. . | . . . | . . . | . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . | . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . | . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . | . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . | . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . | . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . | . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . | . 21. 0<d
. . | . . . | . . . | . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | .     d(ldr;i) = d-1
```

```
. . | . . . | . . . | .     ⇒
. . | . . . | . . . | .     (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . | .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | .      ⇒
. . | . . . | . . . | .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . | . 23. i : |R|
. . | . . . | . . . | . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . | . 25. j : |R|
. . | . . . | . . . | . 26. e : E
. . | . . . | . . . | . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . | . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . | . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . | . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . | . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | . 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . | . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | . 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . | .     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . | .     & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . | .       & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . | .       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . | .       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . | . 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . | .     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . | . 37. |R|
. . | . . . | . . . | . 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . | . 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . | .     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | .     ⇒
. . | . . . | . . . | .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . | . 40. e1 : E
. . | . . . | . . . | . 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | . 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . | . 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | . 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . | .     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . | .     ⇒
. . | . . . | . . . | .     kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . | .     ⇒
. . | . . . | . . . | .     e' = e1
. . | . . . | . . . | . 45. e = e1
. . | . . . | . . . | . 46. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . | . 47. ∀e:E.
. . | . . . | . . . | .     loc(e) = p(i) ⇒ ("me" when e) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . | . 48. isrcv(e1)
. . | . . . | . . . | . 49. lnk(e1) = out(p(i))
. . | . . . | . . . | . 50. tag(e1) = "vote"
. . | . . . | . . . | . 51. loc(sender(e1)) = source(out(p(i)))
. . | . . . | . . . | . 52. isrcv(e)
. . | . . . | . . . | . 53. lnk(e) = in(i)
. . | . . . | . . . | . 54. tag(e) = "vote"
. . | . . . | . . . | . 55. loc(sender(e)) = source(in(i))
. . | . . . | . . . | . 56. loc(e) = loc(e1)
```

```
. . | . . . | . . . | . 57. loc(e1) = destination(out(p(i)))
. . | . . . | . . . | . 58. loc(e) = destination(in(i))
. . | . . . | . . . | . ⊢  loc(sender(e1)) = p(i)
. . | . . . | . . . | .   by DupHyp 5 THEN Unfold ‘ring‘ -1
. . | . . . | . . . | .      THEN
. . | . . . | . . . | .      ExRepD
. . | . . . | . . . | .      THEN
. . | . . . | . . . | .      InstHyp [p(i)] -3
. . | . . . | . . . | .      THEN
. . | . . . | . . . | .      ExRepD
. . | . . . | . . . |
. . | . . . | . . . .\
. . | . . . | . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . . |  ∈ Dsys
. . | . . . | . . . . 8. D’ : Dsys
. . | . . . | . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. . | . . . | . . . . 10. w : World
. . | . . . | . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . . 12. PossibleWorld(D’;w)
. . | . . . | . . . . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . . 21. 0<d
. . | . . . | . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . . |   ⇒
. . | . . . | . . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . |    ⇒
. . | . . . | . . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . . 23. i : |R|
. . | . . . | . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . . 25. j : |R|
. . | . . . | . . . . 26. e : E
. . | . . . | . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . 33. R(p(i))
```

```
. . | . . . | . . . . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . . 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . . |   & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . . |     & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . . |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . . |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . . 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . . |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . . 37. |R|
. . | . . . | . . . . 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . . |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . |   ⇒
. . | . . . | . . . . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . . 40. e1 : E
. . | . . . | . . . . 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . . 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . . |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . |   ⇒
. . | . . . | . . . . |   kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . |   ⇒
. . | . . . | . . . . |   e' = e1
. . | . . . | . . . . 45. e = e1
. . | . . . | . . . . 46. ("me" when sender(e1)) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . . ⊢  j = p(i)  by Assert (uid(j) = uid(p(i)))
. . | . . . | . . . . |
. . | . . . | . . . . |\
. . | . . . | . . . . | .....assertion .....
. . | . . . | . . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . | 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . . | |  ∈ Dsys
. . | . . . | . . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . . | 10. w : World
. . | . . . | . . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . . | 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . . | 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . . | 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . . | 21. 0<d
```

```
. . | . . . | . . . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . . | |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . . . | |   (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . . | |    ⇒
. . | . . . | . . . . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . . . | 23. i : |R|
. . | . . . | . . . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . . . | 25. j : |R|
. . | . . . | . . . . . | 26. e : E
. . | . . . | . . . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . . . | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . | 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . . . | 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . . . | 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . . | |   R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . . . | |   & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . . . | |     & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . . . | |     & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . . . | |     & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . . . | 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . . . | |   ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . . . | 37. |R|
. . | . . . | . . . . . | 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . . | 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . . . | |   kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . . . | |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . . . | 40. e1 : E
. . | . . . | . . . . . | 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . . | 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . . . | 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . | 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . . . | |   kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . . . | |   kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . | |   ⇒
. . | . . . | . . . . . | |   e' = e1
. . | . . . | . . . . . | 45. e = e1
. . | . . . | . . . . . | 46. ("me" when sender(e1)) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . . . | ⊢  uid(j) = uid(p(i))

. . | . . . | . . . . . | | by Assert (val(e1) = val(e))
. . | . . . | . . . . . | |
. . | . . . | . . . . . | .....assertion .....
. . | . . . | . . . . . | 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . . | 5. ring(R;in;out)
```

```
. . | . . . | . . . . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . . . |    ∈ Dsys
. . | . . . | . . . . . | 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . . . | 10. w : World
. . | . . . | . . . . . | 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . . . | 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . . . | 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . . . | 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . . . | 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . . . | 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . . . | 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . . . | 21. 0<d
. . | . . . | . . . . . | 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . . |     d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . . . |     ⇒
. . | . . . | . . . . . |     (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . . . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . . |      ⇒
. . | . . . | . . . . . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . . . | 23. i : |R|
. . | . . . | . . . . . | 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . . . | 25. j : |R|
. . | . . . | . . . . . | 26. e : E
. . | . . . | . . . . . | 27. loc(e) = i
. . | . . . | . . . . . | 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . . | 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . . | 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . . | 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . . . | 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . | 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . . . | 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . . . | 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . . |     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . . . |     & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . . . |       & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . . . |       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . . . |       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . . . | 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . . . |     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . . . | 37. |R|
. . | . . . | . . . . . | 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . . | 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . . . |     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . . |     ⇒
. . | . . . | . . . . . |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . . . | 40. e1 : E
. . | . . . | . . . . . | 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
```

```
. . | . . . | . . . . . | 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . . . | 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . | 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . . . |     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . . |     ⇒
. . | . . . | . . . . . |     kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . |     ⇒
. . | . . . | . . . . . |     e' = e1
. . | . . . | . . . . . | 45. e = e1
. . | . . . | . . . . . | 46. ("me" when sender(e1)) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . . . | ⊢  val(e1) = val(e)
. . | . . . | . . . . . |   by StrongRevHypSubst -2 0 THEN MaAuto
. . | . . . | . . . . . |      THEN
. . | . . . | . . . . . |      DoSubsume
. . | . . . | . . . . . |      THEN
. . | . . . | . . . . . |      HypSubst -1 0
. . | . . . | . . . . . |
. . | . . . | . . . . . .\
. . | . . . | . . . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . | . . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . | . . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . | . . . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . | . . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . | . . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)))
. . | . . . | . . . . .      ∈ Dsys
. . | . . . | . . . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . . | . . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . | . . . . . . 10. w : World
. . | . . . | . . . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . | . . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . | . . . . . . 13. L : |R| List
. . | . . . | . . . . . . 14. 0<||L||
. . | . . . | . . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . | . . . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . . | . . . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . | . . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . | . . . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . .       ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . .       & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . | . . . . . . 20. d : ℤ
. . | . . . | . . . . . . 21. 0<d
. . | . . . | . . . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . .       d(ldr;i) = d-1
. . | . . . | . . . . .       ⇒
. . | . . . | . . . . .       (∀j:|R|.
. . | . . . | . . . . .        ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . .        & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . .        ⇒
. . | . . . | . . . . .        ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . | . . . . . . 23. i : |R|
. . | . . . | . . . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . | . . . . . . 25. j : |R|
. . | . . . | . . . . . . 26. e : E
. . | . . . | . . . . . . 27. loc(e) = i
```

```
. . | . . . | . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . | . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . | . . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . | . . . . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . 33. R(p(i))
. . | . . . | . . . . . 34. p(i) ∈ Id
. . | . . . | . . . . . 35. ∀i:|R|.
. . | . . . | . . . . .     R(source(in(i))) & R(destination(out(i)))
. . | . . . | . . . . .     & source(out(i)) = i
. . | . . . | . . . . .       & destination(in(i)) = i
. . | . . . | . . . . .       & in(destination(out(i))) = out(i)
. . | . . . | . . . . .       & out(source(in(i))) = in(i)
. . | . . . | . . . . . 36. ∀i,j:|R|.
. . | . . . | . . . . .     ∃k:ℕ+. λx.destination(out(x))^k(i) = j
. . | . . . | . . . . . 37. |R|
. . | . . . | . . . . . 38. vartype(source(out(p(i)));"me") ⊆r ℤ
. . | . . . | . . . . . 39. ∀e:E.
. . | . . . | . . . . .     kind(e) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . .     ⇒
. . | . . . | . . . . .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . | . . . | . . . . . 40. e1 : E
. . | . . . | . . . . . 41. kind(e1) = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . . 42. val(e1) = ("me" when sender(e1))
. . | . . . | . . . . . 43. kind(sender(e1)) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . . 44. ∀e':E.
. . | . . . | . . . . .     kind(e') = rcv((out(p(i))); "vote")
. . | . . . | . . . . .     ⇒
. . | . . . | . . . . .     kind(sender(e')) = locl("send-me")
. . | . . . | . . . . .     ⇒
. . | . . . | . . . . .     e' = e1
. . | . . . | . . . . . 45. e = e1
. . | . . . | . . . . . 46. ("me" when sender(e1)) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . . . 47. uid(j) = uid(p(i))
. . | . . . | . . . . . ⊢  j = p(i)
. . | . . . | . . . . .   by AllHyps
. . | . . . | . . . . .      (λh.Unfold ‘inject‘ h THEN BackThru h)
. . | . . . |
. . | . . . .\
. . | . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . . 10. w : World
. . | . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . . 13. L : |R| List
. . | . . . . 14. 0<||L||
. . | . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . . 16. ldr : |R|
```

```
. . | . . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . . . 20. d : ℤ
. . | . . . . . 21. 0<d
. . | . . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . . . |    d(ldr;i) = d-1
. . | . . . . . |    ⇒
. . | . . . . . |    (∀j:|R|.
. . | . . . . . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . . . |     ⇒
. . | . . . . . |     ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . . . 23. i : |R|
. . | . . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . . . 25. j : |R|
. . | . . . . . 26. e : E
. . | . . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . . . 33. j = p(i)
. . | . . . . . ⊢  d(ldr;j)<d

. . | . . . . . | by HypSubst' -1 0
. . | . . . . . |    THEN
. . | . . . . . |    Assert (d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1)
. . | . . . . . |
. . | . . . . . .....assertion .....
. . | . . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . . . 10. w : World
. . | . . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . . . 13. L : |R| List
. . | . . . . . 14. 0<||L||
. . | . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . . . 20. d : ℤ
. . | . . . . . 21. 0<d
```

```
. . | . . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . . . |   ⇒
. . | . . . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . . . |    ⇒
. . | . . . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . . . 23. i : |R|
. . | . . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . . . 25. j : |R|
. . | . . . . . 26. e : E
. . | . . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . . . 33. j = p(i)
. . | . . . . . ⊢  d(ldr;p(i)) = d(ldr;i)-1
. . | . . . . . | by BackThru Thm: rdist_DASH_rprev
. . | . . . . . |
. . | . . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . . . 10. w : World
. . | . . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . . . 13. L : |R| List
. . | . . . . . 14. 0<||L||
. . | . . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . . . 20. d : ℤ
. . | . . . . . 21. 0<d
. . | . . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . . . |   d(ldr;i) = d-1
. . | . . . . . |   ⇒
. . | . . . . . |   (∀j:|R|.
. . | . . . . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . . . |    ⇒
. . | . . . . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . . . 23. i : |R|
. . | . . . . . 24. d(ldr;i) = d
```

```
. . | . . . . 25. j : |R|
. . | . . . . 26. e : E
. . | . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . . 31. ¬j = ldr
. . | . . . . 32. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . . 33. j = p(i)
. . | . . . . ⊢  ¬ldr = p(i)  by ParallelOp -3
. . | . . . . |
. . | . . . . 1. R : Id→𝔹
. . | . . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . | . . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . | . . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . | . . . . 5. ring(R;in;out)
. . | . . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . | . . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . | . . . . 8. D' : Dsys
. . | . . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . | . . . . 10. w : World
. . | . . . . 11. p : FairFifo
. . | . . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . | . . . . 13. L : |R| List
. . | . . . . 14. 0<||L||
. . | . . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . | . . . . 16. ldr : |R|
. . | . . . . 17. (ldr ∈ L)
. . | . . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . | . . . . 19. ∀i:|R|.
. . | . . . .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . | . . . . 20. d : ℤ
. . | . . . . 21. 0<d
. . | . . . . 22. ∀i:|R|.
. . | . . . .     d(ldr;i) = d-1
. . | . . . .     ⇒
. . | . . . .     (∀j:|R|.
. . | . . . .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . | . . . .      ⇒
. . | . . . .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d-1)
. . | . . . . 23. i : |R|
. . | . . . . 24. d(ldr;i) = d
. . | . . . . 25. j : |R|
. . | . . . . 26. e : E
. . | . . . . 27. loc(e) = i
. . | . . . . 28. kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . | . . . . 29. valtype(e) ⊆r ℤ
. . | . . . . 30. val(e) = uid(j)
. . | . . . . 31. kind(sender(e)) = locl("send-me")
. . | . . . . 32. j = p(i)
. . | . . . . 33. ldr = p(i)
. . | . . . . ⊢  j = ldr  by Analyze -2 THEN Analyze -1
. . |
```

```
. . .\
. . . 1. R : Id→𝔹
. . . 2. uid : |R|→ℕ
. . . 3. out : |R|→IdLnk
. . . 4. in : |R|→IdLnk
. . . 5. ring(R;in;out)
. . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . 8. D' : Dsys
. . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . 10. w : World
. . . 11. p : FairFifo
. . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . 13. L : |R| List
. . . 14. 0<||L||
. . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . 16. ldr : |R|
. . . 17. (ldr ∈ L)
. . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . 19. ∀i:|R|.
. . . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . |   d(ldr;i) = d
. . . |   ⇒
. . . |   (∀j:|R|.
. . . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . |    ⇒
. . . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . ⊢  ∀i:|R|. ∀e@i.kind(e) = locl("leader") ⇒ i = ldr
. . . | by Unfold ‘alle-at‘ 0
. . . |
. . . |\
. . . | 1. R : Id→𝔹
. . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . . | 5. ring(R;in;out)
. . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | 8. D' : Dsys
. . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | 10. w : World
. . . | 11. p : FairFifo
. . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | 13. L : |R| List
. . . | 14. 0<||L||
. . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | 16. ldr : |R|
. . . | 17. (ldr ∈ L)
. . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | 19. ∀i:|R|.
. . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
```

```
. . . | 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | |   d(ldr;i) = d
. . . | |   ⇒
. . . | |   (∀j:|R|.
. . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | |    ⇒
. . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | 21. i : |R|
. . . | 22. e : E
. . . | 23. loc(e) = i
. . . | 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | ⊢  i = ldr  by SupposeNot
. . . | |
. . . | 1. R : Id→𝔹
. . . | 2. uid : |R|→ℕ
. . . | 3. out : |R|→IdLnk
. . . | 4. in : |R|→IdLnk
. . . | 5. ring(R;in;out)
. . . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | 8. D' : Dsys
. . . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | 10. w : World
. . . | 11. p : FairFifo
. . . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | 13. L : |R| List
. . . | 14. 0<||L||
. . . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | 16. ldr : |R|
. . . | 17. (ldr ∈ L)
. . . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | 19. ∀i:|R|.
. . . | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | |   d(ldr;i) = d
. . . | |   ⇒
. . . | |   (∀j:|R|.
. . . | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | |    ⇒
. . . | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | 21. i : |R|
. . . | 22. e : E
. . . | 23. loc(e) = i
. . . | 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | 25. ¬i = ldr
. . . | ⊢  i = ldr  by InstHyp [d(ldr;i);i;i] -6
. . . | |
. . . | |\
. . . | | .....antecedent .....
. . . | | 1. R : Id→𝔹
. . . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | 3. out : |R|→IdLnk
```

```
. . . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | 5. ring(R;in;out)
. . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | 8. D' : Dsys
. . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | 10. w : World
. . . | | 11. p : FairFifo
. . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | | 13. L : |R| List
. . . | | 14. 0<||L||
. . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | 16. ldr : |R|
. . . | | 17. (ldr ∈ L)
. . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | 19. ∀i:|R|.
. . . | | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | |   d(ldr;i) = d
. . . | | |   ⇒
. . . | | |   (∀j:|R|.
. . . | | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | |    ⇒
. . . | | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | 21. i : |R|
. . . | | 22. e : E
. . . | | 23. loc(e) = i
. . . | | 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | 25. ¬i = ldr
. . . | | ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(i)
. . . | | | by AssertBY (R(i)) (DVar ‘i’ THEN Unhide)
. . . | | |    THEN
. . . | | |    InstRealizerLemma ‘trigger1‘
. . . | | |    [ℤ;ℤ;λx,y. x=₂y;i;rcv((in(i)); "vote");"leader";"me"]
. . . | | |
. . . | | 1. R : Id→𝔹
. . . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | 5. ring(R;in;out)
. . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | 8. D' : Dsys
. . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | 10. w : World
. . . | | 11. p : FairFifo
. . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | | 13. L : |R| List
. . . | | 14. 0<||L||
. . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | 16. ldr : |R|
. . . | | 17. (ldr ∈ L)
```

```
. . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | 19. ∀i:|R|.
. . . | | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | |   d(ldr;i) = d
. . . | | |   ⇒
. . . | | |   (∀j:|R|.
. . . | | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | |    ⇒
. . . | | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | 21. i : |R|
. . . | | 22. e : E
. . . | | 23. loc(e) = i
. . . | | 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | 25. ¬i = ldr
. . . | | 26. R(i)
. . . | | 27. (vartype(i;"me") ⊆r ℤ)
. . . | | |   & ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |          ⇒
. . . | | |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | |   & ∀e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | |            ⇒
. . . | | |     (∃e:E.
. . . | | |      (e <loc e')
. . . | | |      & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |      & (λx,y. x=₂y)(("me" when e),val(e)))
. . . | | |   & ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |          ⇒
. . . | | |     (λx,y. x=₂y)(("me" when e),val(e))
. . . | | |     ⇒
. . . | | |     ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(i)
. . . | | | by Reduce -1 THEN ExRepD THEN Unfold `alle-at` -2
. . . | | |    THEN
. . . | | |    InstHyp [e] -2
. . . | | |
. . . | | 1. R : Id→𝔹
. . . | | 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | 5. ring(R;in;out)
. . . | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | 8. D' : Dsys
. . . | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | 10. w : World
. . . | | 11. p : FairFifo
. . . | | 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | | 13. L : |R| List
. . . | | 14. 0<||L||
. . . | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | 16. ldr : |R|
```

```
. . . | | 17. (ldr ∈ L)
. . . | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | 19. ∀i:|R|.
. . . | | |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | |   d(ldr;i) = d
. . . | | |   ⇒
. . . | | |   (∀j:|R|.
. . . | | |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | |    ⇒
. . . | | |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | 21. i : |R|
. . . | | 22. e : E
. . . | | 23. loc(e) = i
. . . | | 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | 25. ¬i = ldr
. . . | | 26. R(i)
. . . | | 27. vartype(i;"me") ⊆r ℤ
. . . | | 28. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote") ⇒ (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | 29. ∀e':E.
. . . | | |   loc(e') = i
. . . | | |   ⇒
. . . | | |   kind(e') = locl("leader")
. . . | | |   ⇒
. . . | | |   (∃e:E.
. . . | | |    (e <loc e')
. . . | | |    & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |    & ("me" when e)=₂val(e))
. . . | | 30. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |        ⇒
. . . | | |   ("me" when e)=₂val(e) ⇒ ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | 31. ∃e@0:E.
. . . | | |   (e@0 <loc e)
. . . | | |   & kind(e@0) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |   & ("me" when e@0)=₂val(e@0)
. . . | | ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(i)
. . . | | | by ExRepD THEN Assert (valtype(e@0) ⊆r ℤ)
. . . | | |
. . . | | |\

. . . | | | .....assertion .....
. . . | | | 1. R : Id→𝔹
. . . | | | 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | | 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | | 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | | 5. ring(R;in;out)
. . . | | | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | | 8. D' : Dsys
. . . | | | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | | 10. w : World
. . . | | | 11. p : FairFifo
. . . | | | 12. PossibleWorld(D';w)
```

```
. . . | | | 13. L : |R| List
. . . | | | 14. 0<||L||
. . . | | | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | | 16. ldr : |R|
. . . | | | 17. (ldr ∈ L)
. . . | | | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | | 19. ∀i:|R|.
. . . | | |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | | 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | |     d(ldr;i) = d
. . . | | |     ⇒
. . . | | |     (∀j:|R|.
. . . | | |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | |      ⇒
. . . | | |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | | 21. i : |R|
. . . | | | 22. e : E
. . . | | | 23. loc(e) = i
. . . | | | 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | | 25. ¬i = ldr
. . . | | | 26. R(i)
. . . | | | 27. vartype(i;"me") ⊆r ℤ
. . . | | | 28. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |          ⇒
. . . | | |     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | | 29. ∀e':E.
. . . | | |     loc(e') = i
. . . | | |     ⇒
. . . | | |     kind(e') = locl("leader")
. . . | | |     ⇒
. . . | | |     (∃e:E.
. . . | | |      (e <loc e')
. . . | | |      & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |      & ("me" when e)=₂val(e))
. . . | | | 30. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | |          ⇒
. . . | | |     ("me" when e)=₂val(e)
. . . | | |     ⇒
. . . | | |     ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | | 31. e@0 : E
. . . | | | 32. (e@0 <loc e)
. . . | | | 33. kind(e@0) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | | 34. ("me" when e@0)=₂val(e@0)
. . . | | | ⊢  valtype(e@0) ⊆r ℤ
. . . | | |   by Using [`B',ℤ]
. . . | | |      (BackThru
. . . | | |       Thm* (A ⊆r B) ⇒ (B ⊆r C) ⇒ (A ⊆r C)
. . . | | |       {subtype_rel_transitivity})
. . . | | |      THEN
. . . | | |      MaAuto
. . . | | |      THEN
. . . | | |      AllHyps
. . . | | |      (λh.Unfold `alle-at` h THEN BackThru h THEN MaAuto)
```

```
. . . | | |
. . . | | .\
. . . | | . 1. R : Id→𝔹
. . . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | . 5. ring(R;in;out)
. . . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | . 8. D' : Dsys
. . . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | . 10. w : World
. . . | | . 11. p : FairFifo
. . . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | | . 13. L : |R| List
. . . | | . 14. 0<||L||
. . . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | . 16. ldr : |R|
. . . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | . 19. ∀i:|R|.
. . . | | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | . |   d(ldr;i) = d
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   (∀j:|R|.
. . . | | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | . |    ⇒
. . . | | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | . 21. i : |R|
. . . | | . 22. e : E
. . . | | . 23. loc(e) = i
. . . | | . 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | . 25. ¬i = ldr
. . . | | . 26. R(i)
. . . | | . 27. vartype(i;"me") ⊆r ℤ
. . . | | . 28. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |        ⇒
. . . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | . 29. ∀e':E.
. . . | | . |   loc(e') = i
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   kind(e') = locl("leader")
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   (∃e:E.
. . . | | . |    (e <loc e')
. . . | | . |    & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & ("me" when e)=₂val(e))
. . . | | . 30. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |        ⇒
. . . | | . |   ("me" when e)=₂val(e)
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
```

```
. . . | | . 31. e@0 : E
. . . | | . 32. (e@0 <loc e)
. . . | | . 33. kind(e@0) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . 34. ("me" when e@0)=₂val(e@0)
. . . | | . 35. valtype(e@0) ⊆r ℤ
. . . | | . ⊢  ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |  & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(i)
. . . | | . | by Unfold ‘existse-at‘ 0 THEN InstConcl [e@0]
. . . | | . |    THEN
. . . | | . |    MaAuto
. . . | | . |
. . . | | . 1. R : Id→𝔹
. . . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | . 5. ring(R;in;out)
. . . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | . 8. D’ : Dsys
. . . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D’
. . . | | . 10. w : World
. . . | | . 11. p : FairFifo
. . . | | . 12. PossibleWorld(D’;w)
. . . | | . 13. L : |R| List
. . . | | . 14. 0<||L||
. . . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | . 16. ldr : |R|
. . . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | . 19. ∀i:|R|.
. . . | | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | . |   d(ldr;i) = d
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   (∀j:|R|.
. . . | | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | . |    ⇒
. . . | | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | . 21. i : |R|
. . . | | . 22. e : E
. . . | | . 23. loc(e) = i
. . . | | . 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | . 25. ¬i = ldr
. . . | | . 26. R(i)
. . . | | . 27. vartype(i;"me") ⊆r ℤ
. . . | | . 28. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |       ⇒
. . . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | . 29. ∀e’:E.
. . . | | . |   loc(e’) = i
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   kind(e’) = locl("leader")
. . . | | . |   ⇒
```

```
. . . | | . |   (∃e:E.
. . . | | . |    (e <loc e')
. . . | | . |    & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & ("me" when e)=₂val(e))
. . . | | . 30. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |        ⇒
. . . | | . |   ("me" when e)=₂val(e)
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | . 31. e@0 : E
. . . | | . 32. (e@0 <loc e)
. . . | | . 33. kind(e@0) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . 34. ("me" when e@0)=₂val(e@0)
. . . | | . 35. valtype(e@0) ⊆r ℤ
. . . | | . ⊢  val(e@0) = uid(i)
. . . | | . | by RW assert_pushdownC -2 THEN MaAuto
. . . | | . |
. . . | | . 1. R : Id→𝔹
. . . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | . 5. ring(R;in;out)
. . . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | . 8. D' : Dsys
. . . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | . 10. w : World
. . . | | . 11. p : FairFifo
. . . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | | . 13. L : |R| List
. . . | | . 14. 0<||L||
. . . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | . 16. ldr : |R|
. . . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | . 19. ∀i:|R|.
. . . | | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | . |   d(ldr;i) = d
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   (∀j:|R|.
. . . | | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | . |    ⇒
. . . | | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | . 21. i : |R|
. . . | | . 22. e : E
. . . | | . 23. loc(e) = i
. . . | | . 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | . 25. ¬i = ldr
. . . | | . 26. R(i)
. . . | | . 27. vartype(i;"me") ⊆r ℤ
. . . | | . 28. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |        ⇒
```

```
. . . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | . 29. ∀e':E.
. . . | | . |   loc(e') = i
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   kind(e') = locl("leader")
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   (∃e:E.
. . . | | . |    (e <loc e')
. . . | | . |    & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & ("me" when e)=₂val(e))
. . . | | . 30. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |         ⇒
. . . | | . |   ("me" when e)=₂val(e)
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | . 31. e@0 : E
. . . | | . 32. (e@0 <loc e)
. . . | | . 33. kind(e@0) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . 34. ("me" when e@0) = val(e@0)
. . . | | . 35. valtype(e@0) ⊆r ℤ
. . . | | . ⊢  val(e@0) = uid(i)
. . . | | . | by Subst' (loc(e@0) = i) 0 THEN MaAuto
. . . | | . |
. . . | | . 1. R : Id→𝔹
. . . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | . 5. ring(R;in;out)
. . . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | . 8. D' : Dsys
. . . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | . 10. w : World
. . . | | . 11. p : FairFifo
. . . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | | . 13. L : |R| List
. . . | | . 14. 0<||L||
. . . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | . 16. ldr : |R|
. . . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | . 19. ∀i:|R|.
. . . | | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | . |   d(ldr;i) = d
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   (∀j:|R|.
. . . | | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | . |    ⇒
. . . | | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | . 21. i : |R|
. . . | | . 22. e : E
. . . | | . 23. loc(e) = i
```

```
. . . | | . 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | . 25. ¬i = ldr
. . . | | . 26. R(i)
. . . | | . 27. vartype(i;"me") ⊆r ℤ
. . . | | . 28. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |        ⇒
. . . | | . |   (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | . 29. ∀e':E.
. . . | | . |   loc(e') = i
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   kind(e') = locl("leader")
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   (∃e:E.
. . . | | . |    (e <loc e')
. . . | | . |    & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |    & ("me" when e)=₂val(e))
. . . | | . 30. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . |        ⇒
. . . | | . |   ("me" when e)=₂val(e)
. . . | | . |   ⇒
. . . | | . |   ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | . 31. e@0 : E
. . . | | . 32. (e@0 <loc e)
. . . | | . 33. kind(e@0) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . 34. ("me" when e@0) = val(e@0)
. . . | | . 35. valtype(e@0) ⊆r ℤ
. . . | | . ⊢  val(e@0) = uid(i)
. . . | | . | by Assert (("me" when e@0) = uid(i))
. . . | | . |
. . . | | . .....assertion .....
. . . | | . 1. R : Id→𝔹
. . . | | . 2. uid : |R|→ℕ
. . . | | . 3. out : |R|→IdLnk
. . . | | . 4. in : |R|→IdLnk
. . . | | . 5. ring(R;in;out)
. . . | | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | | . 8. D' : Dsys
. . . | | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | | . 10. w : World
. . . | | . 11. p : FairFifo
. . . | | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | | . 13. L : |R| List
. . . | | . 14. 0<||L||
. . . | | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | | . 16. ldr : |R|
. . . | | . 17. (ldr ∈ L)
. . . | | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | | . 19. ∀i:|R|.
. . . | | .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | | . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | | .     d(ldr;i) = d
. . . | | .     ⇒
. . . | | .     (∀j:|R|.
```

```
. . . | | .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | | .      ⇒
. . . | | .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | | . 21. i : |R|
. . . | | . 22. e : E
. . . | | . 23. loc(e) = i
. . . | | . 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | | . 25. ¬i = ldr
. . . | | . 26. R(i)
. . . | | . 27. vartype(i;"me") ⊆r ℤ
. . . | | . 28. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | .          ⇒
. . . | | .     (valtype(e) ⊆r ℤ)
. . . | | . 29. ∀e':E.
. . . | | .     loc(e') = i
. . . | | .     ⇒
. . . | | .     kind(e') = locl("leader")
. . . | | .     ⇒
. . . | | .     (∃e:E.
. . . | | .      (e <loc e')
. . . | | .      & kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | .      & ("me" when e)=2val(e))
. . . | | . 30. ∀e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | .          ⇒
. . . | | .     ("me" when e)=2val(e)
. . . | | .     ⇒
. . . | | .     ∃e'@i.kind(e') = locl("leader")
. . . | | . 31. e@0 : E
. . . | | . 32. (e@0 <loc e)
. . . | | . 33. kind(e@0) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | | . 34. ("me" when e@0) = val(e@0)
. . . | | . 35. valtype(e@0) ⊆r ℤ
. . . | | . ⊢  ("me" when e@0) = uid(i)
. . . | | .   by DVar 'i'
. . . | | .      THEN
. . . | | .      InstRealizerLemma 'Dconstant' [ℤ;uid(i);"me";i]
. . . | | .      THEN
. . . | | .      Unfold 'alle-at' -1
. . . | | .      THEN
. . . | | .      BackThru -1
. . . | | .      THEN
. . . | | .      MaAuto
. . . | |
. . . | .\
. . . | . .....antecedent .....
. . . | . 1. R : Id→𝔹
. . . | . 2. uid : |R|→ℕ
. . . | . 3. out : |R|→IdLnk
. . . | . 4. in : |R|→IdLnk
. . . | . 5. ring(R;in;out)
. . . | . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | . 8. D' : Dsys
. . . | . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
```

```
. . . | . 10. w : World
. . . | . 11. p : FairFifo
. . . | . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | . 13. L : |R| List
. . . | . 14. 0<||L||
. . . | . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | . 16. ldr : |R|
. . . | . 17. (ldr ∈ L)
. . . | . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | . 19. ∀i:|R|.
. . . | . |   ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | . |   & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | . |   d(ldr;i) = d
. . . | . |   ⇒
. . . | . |   (∀j:|R|.
. . . | . |    ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | . |    & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | . |    ⇒
. . . | . |    ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | . 21. i : |R|
. . . | . 22. e : E
. . . | . 23. loc(e) = i
. . . | . 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | . 25. ¬i = ldr
. . . | . ⊢  ¬i = ldr  by ParallelOp -1
. . . | . |
. . . | . |\
. . . | . | 1. R : Id→𝔹
. . . | . | 2. uid : |R|→ℕ
. . . | . | 3. out : |R|→IdLnk
. . . | . | 4. in : |R|→IdLnk
. . . | . | 5. ring(R;in;out)
. . . | . | 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | . | 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | . | 8. D' : Dsys
. . . | . | 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | . | 10. w : World
. . . | . | 11. p : FairFifo
. . . | . | 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | . | 13. L : |R| List
. . . | . | 14. 0<||L||
. . . | . | 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | . | 16. ldr : |R|
. . . | . | 17. (ldr ∈ L)
. . . | . | 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | . | 19. ∀i:|R|.
. . . | . |     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | . |     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | . | 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | . |     d(ldr;i) = d
. . . | . |     ⇒
. . . | . |     (∀j:|R|.
. . . | . |      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | . |      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
```

```
. . . | . |      ⇒
. . . | . |      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | . | 21. i : |R|
. . . | . | 22. e : E
. . . | . | 23. loc(e) = i
. . . | . | 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | . | 25. i = ldr
. . . | . | ⊢  i = ldr  by Analyze THEN DVar 'i' THEN Unhide
. . . | . |
. . . | . .\
. . . | . . .....aux .....
. . . | . . 1. R : Id→𝔹
. . . | . . 2. uid : |R|→ℕ
. . . | . . 3. out : |R|→IdLnk
. . . | . . 4. in : |R|→IdLnk
. . . | . . 5. ring(R;in;out)
. . . | . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
. . . | . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . | . . 8. D' : Dsys
. . . | . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . | . . 10. w : World
. . . | . . 11. p : FairFifo
. . . | . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . | . . 13. L : |R| List
. . . | . . 14. 0<||L||
. . . | . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . | . . 16. ldr : |R|
. . . | . . 17. (ldr ∈ L)
. . . | . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . | . . 19. ∀i:|R|.
. . . | . .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | . .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . | . . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . | . .     d(ldr;i) = d
. . . | . .     ⇒
. . . | . .     (∀j:|R|.
. . . | . .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . | . .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . | . .      ⇒
. . . | . .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . | . . 21. i : |R|
. . . | . . 22. e : E
. . . | . . 23. loc(e) = i
. . . | . . 24. kind(e) = locl("leader")
. . . | . . 25. ¬i = ldr
. . . | . . ⊢  ldr ∈ Id  by DVar 'ldr'
. . . |

. . . .\
. . . . .....subterm .....
. . . . 1. R : Id→𝔹
. . . . 2. uid : |R|→ℕ
. . . . 3. out : |R|→IdLnk
. . . . 4. in : |R|→IdLnk
. . . . 5. ring(R;in;out)
. . . . 6. Inj(|R|; ℕ; uid)
```

```
. . . . 7. (λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in))) ∈ Dsys
. . . . 8. D' : Dsys
. . . . 9. λloc.⊕(ring-leader1(loc;R;uid;out;in)) ⊆ D'
. . . . 10. w : World
. . . . 11. p : FairFifo
. . . . 12. PossibleWorld(D';w)
. . . . 13. L : |R| List
. . . . 14. 0<||L||
. . . . 15. ∀i:|R|. (i ∈ L)
. . . . 16. ldr : |R|
. . . . 17. (ldr ∈ L)
. . . . 18. (∀x∈L.uid(x)≤uid(ldr))
. . . . 19. ∀i:|R|.
. . . .     ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . .     & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(ldr)
. . . . 20. ∀d:ℕ, i:|R|.
. . . .     d(ldr;i) = d
. . . .     ⇒
. . . .     (∀j:|R|.
. . . .      ∃e@i.kind(e) = rcv((in(i)); "vote")
. . . .      & (valtype(e) ⊆r ℤ) & val(e) = uid(j)
. . . .      ⇒
. . . .      ¬j = ldr ⇒ d(ldr;j)<d)
. . . . 21. i : |R|
. . . . 22. E
. . . . ⊢  i ∈ Id  by DVar ‘i’
END
```