```
rel_exp_add  THM

⊢  ∀T:Type, R:(T→T→Prop), m,n:ℕ, x,y,z:T.
|  (x R^m y) ⇒ (y R^n z) ⇒ (x R^m+n z)  by InductionOnNat
|
|
|
|\
| .....basecase .....
| 1. T : Type
| 2. R : T→T→Prop
| ⊢  ∀n:ℕ, x,y,z:T. (x R^0 y) ⇒ (y R^n z) ⇒ (x R^0+n z)
|   by ...
|
|      ...
|
.\
. .....upcase .....
. 1. T : Type
. 2. R : T→T→Prop
. 3. m : ℤ
. 4. 0<m
. 5. ∀n:ℕ, x,y,z:T. (x R^m-1 y) ⇒ (y R^n z) ⇒ (x R^m-1+n z)
. ⊢  ∀n:ℕ, x,y,z:T. (x R^m y) ⇒ (y R^n z) ⇒ (x R^m+n z)
. | by Auto THEN MoveToConcl (-2) THEN RecUnfold ‘rel_exp‘ 0
.
. |    THEN SplitOnConclITE THENA Auto THEN Reduce 0
.
. |    THEN SplitOnConclITE THENA Auto THEN Reduce 0
. THEN Auto'
. |
. |
. 1. T : Type
. 2. R : T→T→Prop
. 3. m : ℤ
. 4. 0<m
. 5. ∀n:ℕ, x,y,z:T. (x R^m-1 y) ⇒ (y R^n z) ⇒ (x R^m-1+n z)
. 6. n : ℕ
. 7. x : T
. 8. y : T
. 9. z : T
. 10. y R^n z
. 11. ¬m=₂0
. 12. ¬m+n=₂0
. 13. ∃z:T. (x R z) & (z R^m-1 y)
. ⊢  ∃z@0:T. (x R z@0) & (z@0 R^m+n-1 z)
. | by RepeatFor 2 (ParallelOp (-1) THENA Auto')
. |
. 1. T : Type
. 2. R : T→T→Prop
. 3. m : ℤ
. 4. 0<m
. 5. ∀n:ℕ, x,y,z:T. (x R^m-1 y) ⇒ (y R^n z) ⇒ (x R^m-1+n z)
. 6. n : ℕ
. 7. T
```

```
. 8. y : T
. 9. z : T
. 10. y R^n z
. 11. ¬m=₂0
. 12. ¬m+n=₂0
. 13. z1 : T
. 14. z1 R^m-1 y
. ⊢  z1 R^m+n-1 z
. | by AllHyps (InstHyp [n;z1;y;z]) THEN Auto'
.
. |    THEN NthHypSq (-1) THEN RepeatFor 2 (EqCD THEN Try Trivial)
. |
. 1. T : Type
. 2. R : T→T→Prop
. 3. m : ℤ
. 4. 0<m
. 5. ∀n:ℕ, x,y,z:T. (x R^m-1 y) ⇒ (y R^n z) ⇒ (x R^m-1+n z)
. 6. n : ℕ
. 7. T
. 8. y : T
. 9. z : T
. 10. y R^n z
. 11. ¬m=₂0
. 12. ¬m+n=₂0
. 13. z1 : T
. 14. z1 R^m-1 y
. 15. z1 R^m-1+n z
. ⊢  (m+n-1) ∼ (m-1+n)  by Auto
END
```