```
gcd_assoc  THM

⊢  ∀a,b,c:ℤ. gcd(gcd(a;b);c) ∼ gcd(a;gcd(b;c))  by RepD
|
1. a : ℤ
2. b : ℤ
3. c : ℤ
⊢  gcd(gcd(a;b);c) ∼ gcd(a;gcd(b;c))
| by (FunElim (gcd(a;b) = w)) THEN (FunElim (gcd(b;c) = x))
|    THEN
|    (FunElim (gcd(w;c) = y))
|    THEN
|    (FunElim (gcd(a;x) = z))
|
4. w : ℤ
5. GCD(a;b;w)
6. x : ℤ
7. GCD(b;c;x)
8. y : ℤ
9. GCD(w;c;y)
10. z : ℤ
11. GCD(a;x;z)
⊢  y ∼ z
| by (FwdThru Thm* ∀a,b,y:ℤ. GCD(a;b;y) ⇒ GCD(b;a;y)    {gcd_p_sym}
|     [7])
|    THEN
|    (FwdThru Thm* ∀a,b,y:ℤ. GCD(a;b;y) ⇒ GCD(b;a;y)    {gcd_p_sym}
|     [11])
|    THEN
|    (OnHyps [11;7] Thin)
|
7. y : ℤ
8. GCD(w;c;y)
9. z : ℤ
10. GCD(c;b;x)
11. GCD(x;a;z)
⊢  y ∼ z
| by (Simple
|     (FwdThru
|      Thm* ∀a,b,c,x,y:ℤ.
|           GCD(a;b;x)
|           ⇒
|           GCD(x;c;y)
|           ⇒
|           y | a & y | b & y | c
|           & (∀z:ℤ. z | a ⇒ z | b ⇒ z | c ⇒ z | y)
|      {gcd_of_triple}
|      [5;8]))
|    THEN
|    (Simple
|     (FwdThru
|      Thm* ∀a,b,c,x,y:ℤ.
|           GCD(a;b;x)
|           ⇒
|           GCD(x;c;y)
```

```
|           ⇒
|           y | a & y | b & y | c
|           & (∀z:ℤ. z | a ⇒ z | b ⇒ z | c ⇒ z | y)
|      {gcd_of_triple}
|      [10;11]))
|    THEN
|    RepD
|
12. y | a
13. y | b
14. y | c
15. ∀z:ℤ. z | a ⇒ z | b ⇒ z | c ⇒ z | y
16. z | c
17. z | b
18. z | a
19. ∀z1:ℤ. z1 | c ⇒ z1 | b ⇒ z1 | a ⇒ z1 | z
⊢  y ∼ z  by Unfold ‘assoced‘ 0 THEN HypBackchain
END
```