```
equiv_rel_functionality_wrt_iff  THM

⊢  ∀E:(T→T→Prop), E':(T'→T'→Prop).
|  T = T'
|  ⇒
|  (∀x,y:T. E(x,y) ⟺ E'(x,y))
|  ⇒
|  ((EquivRel x,y:T. E(x,y)) ⟺ (EquivRel x,y:T'. E'(x,y)))
| by UnivCD
|
1. T : Type
2. T' : Type
3. E : T→T→Prop
4. E' : T'→T'→Prop
5. T = T'
6. ∀x,y:T. E(x,y) ⟺ E'(x,y)
⊢  (EquivRel x,y:T. E(x,y)) ⟺ (EquivRel x,y:T'. E'(x,y))
| by Repeat (Unfolds [`equiv_rel`;`refl`;`sym`;`trans`] 0)
|
⊢  (∀a:T. E(a,a))
|  & (∀a,b:T. E(a,b) ⇒ E(b,a))
|  & (∀a,b,c:T. E(a,b) ⇒ E(b,c) ⇒ E(a,c))
|  ⟺
|  (∀a:T'. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
| by RW (HigherC (HypC 6)) 0
|
⊢  (∀a:T. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
|  ⟺
|  (∀a:T'. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
| by AssertLemma Thm* EquivRel A,B:Prop. A ⟺ B    {equiv_rel_iff} []
|
7. EquivRel A,B:Prop. A ⟺ B
⊢  (∀a:T. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
|  ⟺
|  (∀a:T'. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
| by RepUnfolds [`equiv_rel`;`refl`] 7
|
7. (∀a:Prop. a ⟺ a)
|  & (Sym A,B:Prop. A ⟺ B)
|  & (Trans A,B:Prop. A ⟺ B)
⊢  (∀a:T. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
|  ⟺
|  (∀a:T'. E'(a,a))
```

```
|  & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
| by RW (HigherC (HypC 5)) 0
|
⊢  (∀a:T'. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
|  ⟺
|  (∀a:T'. E'(a,a))
|  & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
|  & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))  by Analyze 7
|
7. ∀a:Prop. a ⟺ a
8. (Sym A,B:Prop. A ⟺ B) & (Trans A,B:Prop. A ⟺ B)
⊢  (∀a:T'. E'(a,a))
   & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
   & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
   ⟺
   (∀a:T'. E'(a,a))
   & (∀a,b:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,a))
   & (∀a,b,c:T'. E'(a,b) ⇒ E'(b,c) ⇒ E'(a,c))
  by Sel -1 (BackThru 7)
END
```