```
not_list_exists_rank_gt_0_rank_0  THM

⊢  ∀hyp,concl:Formula List.
|  ¬∃f∈hyp.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<hyp,concl>) = 0
| by Analyze 0 THEN ListInd -1
|
|\
| 1. Formula List
| ⊢  ∀concl:Formula List.
| |  ¬∃f∈nil.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<nil,concl>) = 0
| | by AbReduce 0
| |
| ⊢  ∀concl:Formula List.
| |  ¬False ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ 0+ρ(concl) = 0  by UnivCD
| |
| 2. concl : Formula List
| 3. ¬False
| 4. ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0)
| ⊢  0+ρ(concl) = 0  by Thin -2 THEN ListInd 2
| |
| |\
| | 2. Formula List
| | ⊢  ¬∃f∈nil.(ρ(f)>0) ⇒ 0+ρ(nil) = 0  by AbReduce 0
| |
| .\
| . 3. u : Formula
| . 4. v : Formula List
| . 5. ¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ 0+ρ(v) = 0
| . ⊢  ¬∃f∈(u.v).(ρ(f)>0) ⇒ 0+ρ(u.v) = 0  by AbReduce 0 THEN UnivCD
| . |
| . 6. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0))
| . ⊢  0+ρ(u)+ρ(v) = 0
| . | by Inst
| . |    Thm* Dec(P) ⇒ Dec(Q) ⇒ (¬(P ∨ Q) ⟺ ¬P & ¬Q)    {demorgan1}
| . |    [ρ(u)>0;∃f∈v.(ρ(f)>0)]
| . |
| . 7. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0)) ⟺ ¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
| . ⊢   by FwdThru -1 [-2] THEN Sel 2 (FwdThru -2 [-3])
| . |
| . 8. ¬ρ(u)>0
| . 9. ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
| . ⊢   by FwdThru 5 [-1]
| . |
| . 10. 0+ρ(v) = 0
| . ⊢   by OnHyps [8;-1] MoveToConcl THEN TryOnAllHyps Thin
| . |
| . 1. u : Formula
| . 2. v : Formula List
| . ⊢  0+ρ(v) = 0 ⇒ ¬ρ(u)>0 ⇒ 0+ρ(u)+ρ(v) = 0  by GenConclOnAps
|
.\
. 1. Formula List
. 2. u : Formula
. 3. v : Formula List
. 4. ∀concl:Formula List.
```

```
. |  ¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<v,concl>) = 0
. ⊢  ∀concl:Formula List.
. |  ¬∃f∈(u.v).(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<u.v,concl>) = 0
. | by OnHyps [1] Thin
. |
. 1. u : Formula
. 2. v : Formula List
. 3. ∀concl:Formula List.
. |  ¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<v,concl>) = 0
. ⊢   by Analyze 0
. |
. 4. concl : Formula List
. ⊢  ¬∃f∈(u.v).(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<u.v,concl>) = 0
. | by With concl (Analyze -2)
. |
. 3. concl : Formula List
. 4. ¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈concl.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<v,concl>) = 0
. ⊢   by MoveToConcl -1 THEN ListInd -1
. |
. |\
. | 3. Formula List
. | ⊢  (¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈nil.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<v,nil>) = 0) ⇒
. | |  ¬∃f∈(u.v).(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈nil.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<u.v,nil>) = 0
. | | by AbReduce 0
. | |
. | 4. ¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬False ⇒ ρ(v)+0 = 0
. | 5. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0))
. | 6. ¬False
. | ⊢  ρ(u)+ρ(v)+0 = 0
. | | by Inst
. | |    Thm* Dec(P) ⇒ Dec(Q) ⇒ (¬(P ∨ Q) ⟺ ¬P & ¬Q)    {demorgan1}
. | |    [ρ(u)>0;∃f∈v.(ρ(f)>0)]
. | |
. | 7. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0)) ⟺ ¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
. | ⊢   by FwdThru -1 [-3] THEN Sel 2 (FwdThru -2 [-4])
. | |
. | 8. ¬ρ(u)>0
. | 9. ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
. | ⊢   by FwdThru 4 [-1]
. | |
. | 10. ρ(v)+0 = 0
. | ⊢   by OnHyps [-3;-1] MoveToConcl THEN TryOnAllHyps Thin
. | |
. | 2. v : Formula List
. | ⊢  ρ(v)+0 = 0 ⇒ ¬ρ(u)>0 ⇒ ρ(u)+ρ(v)+0 = 0  by GenConclOnAps
. |
. .\
. . 4. u1 : Formula
. . 5. v1 : Formula List
. . 6. (¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈v1.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<v,v1>) = 0) ⇒
. . |  ¬∃f∈(u.v).(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈v1.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<u.v,v1>) = 0
. . ⊢  (¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈(u1.v1).(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<v,u1.v1>) = 0)
. . |  ⇒
. . |
. . |  ¬∃f∈(u.v).(ρ(f)>0) ⇒
```

```
. . |  ¬∃f∈(u1.v1).(ρ(f)>0) ⇒ ρ(<u.v,u1.v1>) = 0
. . | by OnHyps [-1;0] AbReduce
. . |
. . 6. (¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒ ¬∃f∈v1.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(v)+ρ(v1) = 0) ⇒
. . |  ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0)) ⇒
. . |  ¬∃f∈v1.(ρ(f)>0) ⇒ ρ(u)+ρ(v)+ρ(v1) = 0
. . ⊢  (¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒
. . |   ¬(ρ(u1)>0 ∨ ∃f∈v1.(ρ(f)>0)) ⇒ ρ(v)+ρ(u1)+ρ(v1) = 0)
. . |  ⇒
. . |
. . |  ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0)) ⇒
. . |  ¬(ρ(u1)>0 ∨ ∃f∈v1.(ρ(f)>0)) ⇒ ρ(u)+ρ(v)+ρ(u1)+ρ(v1) = 0
. . | by Auto
. . |
. . 7. ¬∃f∈v.(ρ(f)>0) ⇒
. . |  ¬(ρ(u1)>0 ∨ ∃f∈v1.(ρ(f)>0)) ⇒ ρ(v)+ρ(u1)+ρ(v1) = 0
. . 8. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0))
. . 9. ¬(ρ(u1)>0 ∨ ∃f∈v1.(ρ(f)>0))
. . ⊢  ρ(u)+ρ(v)+ρ(u1)+ρ(v1) = 0
. . | by Inst
. . |    Thm* Dec(P) ⇒ Dec(Q) ⇒ (¬(P ∨ Q) ⟺ ¬P & ¬Q)    {demorgan1}
. . |    [ρ(u)>0;∃f∈v.(ρ(f)>0)]
. . |
. . 10. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0)) ⟺ ¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
. . ⊢   by Analyze -1
. . |
. . 10. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0)) ⇒ ¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
. . 11. (¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0))) ⇐ (¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0))
. . ⊢   by RenameVar ‘x’ -4
. . |
. . 8. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0))
. . 9. ¬(ρ(u1)>0 ∨ ∃f∈v1.(ρ(f)>0))
. . 10. ¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0)) ⇒ ¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
. . 11. (¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0))) ⇐ (¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0))
. . ⊢   by With x (Analyze -2) THEN Analyze -1
. . |
. . 10. (¬(ρ(u)>0 ∨ ∃f∈v.(ρ(f)>0))) ⇐ (¬ρ(u)>0 & ¬∃f∈v.(ρ(f)>0))
. . 11. ¬ρ(u)>0
. . 12. ¬∃f∈v.(ρ(f)>0)
. . ⊢   by FwdThru 7 [-1]
. . |
. . 13. ρ(v)+ρ(u1)+ρ(v1) = 0
. . ⊢   by OnHyps [-3;-1] MoveToConcl THEN TryOnAllHyps Thin
. . |
. . 3. u1 : Formula
. . 4. v1 : Formula List
. . ⊢  ρ(v)+ρ(u1)+ρ(v1) = 0 ⇒ ¬ρ(u)>0 ⇒ ρ(u)+ρ(v)+ρ(u1)+ρ(v1) = 0
. .   by GenConclOnAps
END
```